



Semnan University



Research Article

Probabilistic Stability Analysis of a Geosynthetic-Reinforced Soil Wall Using Monte Carlo Simulation

Motahareh Sefidchian ^a, Adel Asakereh ^{b*}, Abdolhosein Haddad ^c

^a M.Sc. Student of Geotechnics, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, I. R. Iran.

^b Associate Professor, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, I. R. Iran.

^c Professor, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, I. R. Iran.

PAPER INFO

Paper history:

Received: 2025-08-21

Revised: 2025-10-15

Accepted: 2025-10-17

Keywords:

Monte Carlo simulation,
Limit equilibrium method,
Probabilistic assessment,
Reinforced earth bridge –
abutment,
Factor of safety.

ABSTRACT

Geosynthetic-reinforced soil walls, due to advantages such as ease of construction, cost-effectiveness, and favorable performance, are widely used in civil engineering projects. However, the presence of uncertainties in the strength parameters of the soil and reinforcing materials poses a significant challenge in the analysis and design of these structures. The present study, aimed at improving the accuracy of safety and performance assessment of reinforced soil walls, employs a probabilistic approach using the Limit Equilibrium Method (LEM) combined with Monte Carlo Simulation (MCS). Input parameters (such as dry unit weight, friction angle, and cohesion) were considered as random variables, and their influence on the factor of safety was evaluated. Results indicate that increasing the soil internal friction angle from 19° to 29° raised the factor of safety from 0.8 to 1.1, while reducing the probability of failure from about 0.05 to 0.0005. A geosynthetic length-to-wall height ratio (L/H) greater than 0.8 and geosynthetic layer spacing of less than 0.6 m also improved stability (probability of failure decreased from 0.0007 to 0.001). In contrast, increasing the soil unit weight of abutment up to 22 kN/m³ resulted in a reduction of the factor of safety. Comparison of the study results with code-based criteria (FS = 1.5) revealed that, in cases such as an internal friction angle of 29° and L/H = 1, the obtained factor of safety was about 15% higher than the reference code value, whereas in conditions such as increasing the backfill unit weight to 22 kN/m³, it was about 20% lower than the code requirement. Therefore, adopting probabilistic analysis can provide a more realistic and accurate estimation of uncertainty compared to deterministic code-based design.

* Corresponding author.

E-mail address: asakereh@semnan.ac.ir

How to cite this article: Sefidchian, M., Asakereh, A., Haddad, A. (2025). Probabilistic Stability Analysis of a Geosynthetic-Reinforced Soil Wall Using Monte Carlo Simulation. *Journal of Transportation Infrastructure Engineering*, 11(3), 61-74 <https://doi.org/10.22075/JTIE.2025.38752.1734>

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)



تحلیل احتمالاتی پایداری دیوار خاک مسلح ژئوسنتتیک به روش مونت کارلو

مطهره سفیدچیان^۱، عادل عساکره^{۲*}، عبدالحسین حداد^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوتکنیک، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

^۲ دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

^۳ استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

چکیده

اطلاعات مقاله

دیوارهای خاک مسلح تقویت‌شده با ژئوسنتتیک به دلیل مزایایی نظیر سهولت اجرا، صرفه‌جویی اقتصادی و عملکرد مطلوب، به‌طور گسترده در پروژه‌های عمرانی مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این حال، وجود عدم قطعیت در پارامترهای مقاومتی خاک و مصالح تقویتی، چالشی جدی در تحلیل و طراحی این سازه‌ها به شمار می‌رود. پژوهش حاضر، با هدف ارتقای دقت در ارزیابی ایمنی و عملکرد دیوارهای خاک مسلح، رویکردی مبتنی بر تحلیل احتمالاتی با استفاده از روش تعادل حدی (LEM) به همراه شبیه‌سازی مونت‌کارلو (MCS) استفاده شده است. پارامترهای ورودی (مانند وزن مخصوص خشک، زاویه اصطکاک و چسبندگی) به‌عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته شده و تأثیر آن‌ها بر ضریب اطمینان مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهد که افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک از ۱۹ تا ۲۹ درجه مقدار ضریب اطمینان را از ۰/۸ تا ۱/۱ افزایش داد و احتمال خرابی را از ۰/۰۵ به حدود ۰/۰۰۰۵ کاهش داد. نسبت طول ژئوسنتتیک به ارتفاع دیوار (L/H) بیش از ۰/۸ و فاصله لایه ژئوسنتتیک کمتر از ۰/۶ متر نیز موجب بهبود پایداری (از ۰/۰۰۰۷ تا ۰/۰۰۱) شدند. در مقابل، افزایش وزن مخصوص خاک کوله پل تا 22 kN/m^3 کاهش ضریب اطمینان را به دنبال داشت. مقایسه نتایج این مطالعه با ضوابط آیین‌نامه‌ای (F.S=1.5) نشان داد که در حالت‌هایی مانند زاویه اصطکاک داخلی ۲۹ درجه و نسبت $L/H=1$ ، مقدار ضریب اطمینان به‌دست‌آمده حدود ۱۵٪ بیشتر از مقدار مرجع آیین‌نامه بوده است؛ در حالی‌که در شرایطی مانند افزایش وزن مخصوص خاکریز به 22 kN/m^3 ، این مقدار حدود ۲۰٪ کمتر از حد آیین‌نامه کاهش یافت. در نتیجه، به‌کارگیری تحلیل احتمالاتی می‌تواند برآوردی واقع‌بینانه‌تر و دقیق‌تر از میزان عدم قطعیت در مقایسه با طراحی قطعی آیین‌نامه‌ای فراهم آورد.

دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۵/۳۰

بازنگری مقاله: ۱۴۰۴/۰۷/۲۳

پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۷/۲۵

واژه‌های کلیدی:

شبیه‌سازی مونت کارلو، روش تعادل حدی، ارزیابی احتمالاتی، کوله‌های خاک مسلح، ضریب اطمینان.

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: asakereh@semnan.ac.ir

استناد به این مقاله: سفیدچیان، م.، عساکره، ع. و حداد، ع. ۱۴۰۴. تحلیل احتمالاتی پایداری دیوار خاک مسلح ژئوسنتتیک به روش مونت کارلو. مهندسی

<https://doi.org/10.22075/JTIE.2025.38752.1734>

زیرساخت‌های حمل و نقل، ۱۱(۳)، ۶۱-۷۴.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

۱. مقدمه

پیش از گسترش کاربرد دیوارهای خاک مسلح، تثبیت شیب‌ها و سازه‌های نگهدارنده عمدتاً با استفاده از روش‌هایی چون دیوارهای وزنی، دیوارهای حائل بتنی، و میخ‌کوبی خاک انجام می‌شد. این روش‌ها معمولاً پرهزینه، زمان‌بر و دارای محدودیت‌هایی در ارتفاع، انعطاف‌پذیری و عملکرد در برابر تغییرات محیطی بودند. با بهره‌گیری از مسلح‌کننده‌های ژئوسنتتیک در دیوارهای خاک مسلح، بسیاری از این چالش‌ها برطرف می‌شوند، زیرا این روش سازه‌ای سبک، سریع‌الاجرا، انعطاف‌پذیر و اقتصادی ایجاد می‌کند. در نتیجه، این فناوری به سرعت در پروژه‌های عمرانی در سراسر جهان رواج یافت و با ورود انواع تقویت‌کننده‌های ژئوسنتتیک، عملکرد آن‌ها به شکل چشم‌گیری بهبود پیدا کرد (الیاس و همکاران، ۲۰۰۱؛ شیائو و همکاران، ۲۰۲۱).

با این حال، طراحی ایمن و مؤثر چنین سازه‌هایی نیازمند تحلیل دقیق و یکپارچه ویژگی‌های ژئوتکنیک، سازه‌ای و محیطی است (لو، ۲۰۰۵؛ ونگ و همکاران، ۲۰۱۷). تحلیل پایداری دیوارهای حائل مستلزم بررسی پارامترهای مقاومتی خاک (مانند زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی و وزن مخصوص)، ویژگی‌های هندسی سازه، شرایط کوله پل، بارگذاری‌ها و شرایط هیدرولوژیک می‌باشد. علاوه بر تحلیل‌های کمی با روش‌هایی چون تعادل حدی (LEM)، روش اجزای محدود (FEM)، و تحلیل‌های احتمالاتی مانند شبیه‌سازی مونت‌کارلو (MCS)، ارزیابی کیفی نیز نقش بسزایی در شناسایی ریسک‌های پنهان ایفا می‌کند؛ از جمله کیفیت ساخت، انتخاب مصالح و جزئیات اجرایی. در نتیجه، هر دو جنبه کمی و کیفی برای طراحی ایمن و پایدار سازه‌های خاکی ضروری هستند (مالکاو و همکاران، ۲۰۰۰).

اگرچه تاکنون بیش از ۲۰۰ هزار دیوار خاک مسلح ژئوسنتتیک در سطح جهان احداث شده است، اما آمارها

نشان می‌دهند که حدود ۳ تا ۵ درصد آن‌ها دچار شکست شده‌اند؛ به‌ویژه شکست‌هایی که به دلیل خطاهای طراحی، اجرای نادرست، یا اثرات محیطی مانند نفوذ آب و فرسایش پدید آمده‌اند (کرنر و کرنر، ۲۰۱۸). بنابراین، تحلیل‌های احتمالاتی با هدف شناسایی منابع عدم قطعیت، می‌توانند ابزار ارزشمندی برای بهبود ایمنی و قابلیت اعتماد این سازه‌ها فراهم کنند (لی و همکاران، ۲۰۲۴).

در پژوهشی که توسط چو (۲۰۱۰) انجام شد، خواص مکانیکی خاک مانند مقاومت برشی زهکشی نشده (cu)، چسبندگی (c)، و زاویه اصطکاک داخلی (ϕ) به عنوان متغیرهای تصادفی ورودی در نظر گرفته شدند. در این راستا، از ترکیب روش تعادل حدی (LEM) با شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای محاسبه‌ی پاسخ‌های آماری از جمله ضریب اطمینان و احتمال گسیختگی استفاده شده است. نتایج حاکی از آن است که لحاظ کردن تغییرات مکانی در خواص خاک، می‌تواند تفاوت چشمگیری در احتمال گسیختگی و هندسه سطح شکست ایجاد کند؛ به‌ویژه در خاک‌های رسی اشباع تحت شرایط زهکشی نشده. مطالعه لی و همکاران (۲۰۲۴) نیز با استفاده از قضیه کران بالا، تأثیر چندین مکانیزم شکست محتمل را بر پایداری شیب‌های مسلح شده مورد تحلیل قرار داد و بر اهمیت در نظر گرفتن عدم قطعیت در تحلیل‌های پایداری تأکید نمود.

تحلیل پایداری احتمالاتی^۱ (PSA) روشی است برای ارزیابی پایداری سازه‌های ژئوتکنیک (مانند شیب‌ها، دیوارهای حائل و خاک مسلح) با در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای ورودی. هدف PSA، محاسبه‌ی شاخص‌هایی مانند: ضریب اطمینان احتمالاتی (FOS)، احتمال گسیختگی (P_f) و شاخص قابلیت اعتماد (β). مزیت اصلی روش مونت‌کارلو در مقایسه با سایر روش‌های احتمالاتی (مانند FOSM یا FORM) در

۲. مراحل مدل سازی

تحلیل پایداری شیب نقش مهمی در ارزیابی ایمنی خاک برداری ها و پیش بینی احتمال وقوع شکست دارد. در صورتی که سطح لغزش بحرانی به درستی شناسایی شود، محاسبه دقیق ضریب اطمینان (F.S) امکان پذیر خواهد بود (باترست و نفت چالی، ۲۰۲۱). در پژوهش حاضر، تحلیل پایداری با استفاده از روش تعادل حدی^۱ و با استفاده از نرم افزار SLOPE/W 2023 انجام شده است. این نرم افزار با قابلیت مدل سازی خاک های ناهمگن و تحلیل انواع سطوح لغزش، ابزار مناسبی برای این نوع بررسی ها محسوب می شود. از جمله ویژگی های اصلی آن می توان به امکان تحلیل سطوح لغزش مختلف، در نظر گرفتن تغییرات فشار آب حفره ای، و انجام تحلیل های قطعی یا احتمالی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای ورودی اشاره کرد (کولاتایار و همکاران، ۲۰۲۴).

روند تحلیل پایداری احتمالاتی دیوار خاک مسلح در شکل ۱ ارائه شده است. مقادیر تصادفی برای پارامترهای مؤثر در پایداری خاک از جمله زاویه اصطکاک داخلی (ϕ)، چسبندگی (c)، وزن مخصوص خاک (γ)، مقاومت کششی مسلح کننده (T)، نسبت طول ژئوستتیک به ارتفاع دیوار (L/H) و فاصله عمودی لایه های ژئوستتیک از یکدیگر (V_s) با استفاده از یک مولد اعداد نرمال توزیع یافته انتخاب و به نرم افزار وارد شده است تا ضریب اطمینان محاسبه شود.

دقت زیاد، انعطاف در مدل سازی سیستم های غیرخطی، و عدم نیاز به ساده سازی روابط تحلیلی است. این ویژگی ها سبب می شود MCS ابزاری بسیار کارآمد برای تحلیل پایداری دیوارهای خاک مسلح و ارزیابی ریسک در طراحی های ژئوتکنیک محسوب شود (جیانگ و همکاران، ۲۰۱۷).

با وجود مطالعات متعدد در زمینه تحلیل پایداری دیوارهای خاک مسلح، اغلب پژوهش ها به رویکرد تحلیل قطعی بسنده کرده و تغییرات پارامترها به شکل احتمالاتی را در نظر گرفته اند. نوآوری این پژوهش در اجرای یک تحلیل حساسیت احتمالاتی سیستماتیک است که در آن تأثیر متغیرهای مستقل مختلف از جمله پارامترهای خاک و پارامترهای ژئوستتیک بر معیارهای قابلیت اطمینان (مانند ضریب اطمینان و احتمال شکست) به طور همزمان سنجیده می شود. در این رویکرد، سعی شده مقادیر طراحی بهینه گردد و درجه اهمیت هر پارامتر نسبت به سایر پارامترها بررسی گردد. بنابراین، این مطالعه به جای ارائه یک ضریب اطمینان کلی، تأثیر تغییرات احتمالاتی پارامترها را بر پایداری شیب مورد بررسی قرار داده است.

در این راستا، پژوهش حاضر با هدف ارزیابی پایداری دیوارهای حائل خاک مسلح تقویت شده با ژئوستتیک، از رویکرد تحلیل احتمالاتی مبتنی بر روش تعادل حدی و شبیه سازی مونت کارلو بهره گرفته است. با در نظر گرفتن متغیرهای تصادفی ورودی، مانند زاویه اصطکاک، چسبندگی، وزن مخصوص و تحلیل تأثیر آنها بر خروجی، امکان تخمین دقیق تری از توزیع احتمالاتی ضریب اطمینان و احتمال خرابی ارائه می دهد. نتایج حاصل می تواند به طراحی بهینه تر و مدیریت ریسک مؤثرتر در پروژه های ژئوتکنیک کمک شایانی نماید.

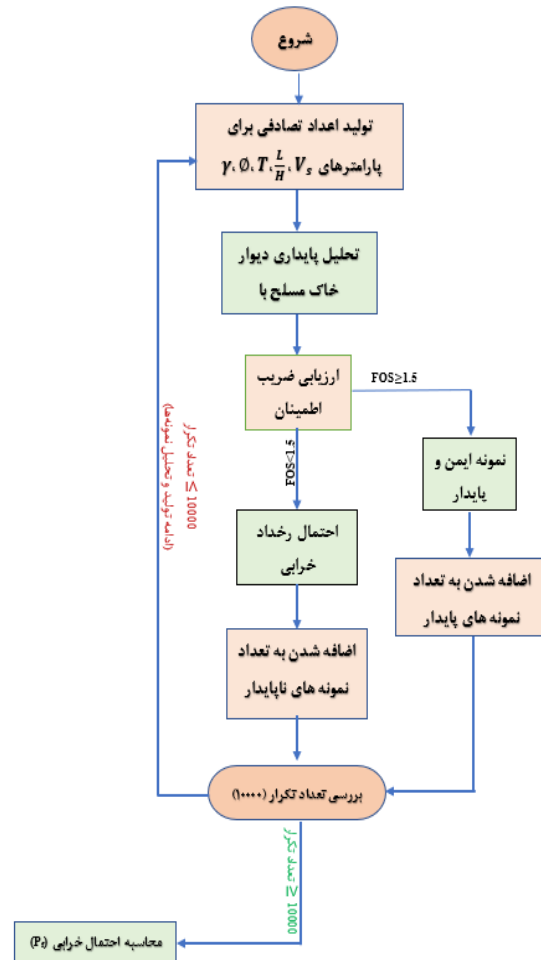
مقدار تکرار مورد نظر نرسد، فرایند تولید پارامترها و تحلیل تکرار می‌شود. تعداد ۱۰,۰۰۰ تکرار برای شبیه‌سازی مونت کارلو انتخاب شد. این تعداد بر اساس آزمون‌های مقدماتی صورت گرفت که نشان داد پس از حدود ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تکرار، میانگین و انحراف معیار ضریب اطمینان به حالت پایدار می‌رسد. بنابراین عدد ۱۰,۰۰۰ برای اطمینان از همگرایی و دقت نتایج کافی است.

$$P_f = \frac{\text{تعداد حالت‌های خرابی (FOS < 1.5)}}{\text{تعداد کل تحلیل‌ها}} \quad (1)$$

که P_f ، احتمال خرابی و FOS، ضریب اطمینان می‌باشد.

۲-۱. روش تعادل حدی بیشاپ

در تحلیل‌های پایداری، ابتدا باید سطح گسیختگی بحرانی به‌درستی شناسایی شود، چرا که این سطح نقش کلیدی در ارزیابی ضریب ایمنی ایفا می‌کند. پس از تعیین این سطح، مقایسه‌ای میان شرایط محتمل شکست، از جمله مکانیزم لغزش، نوع مصالح، و شرایط مرزی مفروض، با نتایج حاصل از تحلیل انجام می‌شود تا صحت و دقت پیش‌بینی‌ها مورد بررسی قرار گیرد. اگر شرایط مرزی به درستی در مدل در نظر گرفته نشود، ممکن است سطح لغزش پیش‌بینی‌شده غیرواقعی و دارای خطای قابل توجهی باشد. بنابراین، برای رسیدن به تحلیل‌های دقیق، شناسایی سطح احتمالی لغزش و تقسیم‌بندی آن به قطعات کوچک‌تر امری ضروری است تا بتوان نیروهای وارد بر هر قطعه را به‌درستی در نظر گرفت (شکل ۲). معمولاً این قطعات دارای وجوه مشترک هستند و برای هر قطعه، معادلات تعادل نیروها و گشتاورها در صفحه عمودی بررسی می‌شوند. در نهایت، ضریب اطمینان کل با جمع‌بندی نتایج تمامی قطعات محاسبه می‌گردد. در مطالعه‌ای، مالکاو و همکاران (۲۰۰۰) بیان کرده‌اند که در روش بیشاپ فرض می‌شود که تنها مؤلفه قائم نیروها



شکل ۱. مراحل مدل‌سازی و آنالیز احتمالاتی دیوار خاک مسلح

داده‌های تصادفی تولیدشده به نرم‌افزار GeoSlope SLOPE/W به دلیل قابلیت اطمینان بالا، کاربرد گسترده در پژوهش‌های مشابه و امکان پیوند مستقیم با تحلیل احتمالاتی برای این مطالعه اختصاص داده شده است. خروجی این تحلیل، مقدار ضریب اطمینان برای هر تکرار است. ضریب اطمینان به‌دست‌آمده با مقدار مرجع (۱/۵) مقایسه می‌شود. اگر ضریب اطمینان کمتر از ۱/۵ باشد یعنی احتمال خرابی وجود دارد. سپس اگر تعداد دفعات شبیه‌سازی به مقدار تکرار مورد نظر (۱۰۰۰۰) برسد، احتمال خرابی بر اساس نسبت مواردی که ضریب اطمینان کمتر از حد مجاز است، طبق رابطه (۱) محاسبه می‌شود. اگر تعداد دفعات شبیه‌سازی به

مهندسی، شاخص قابلیت اطمینان (β) است که به عنوان ابزاری کلیدی در تحلیل های مبتنی بر قابلیت اطمینان مورد استفاده قرار می گیرد. این شاخص در تعریف مهندسی به عنوان معیاری برای سنجش فاصله بین حالت حدی و شرایط عملکرد نرمال سیستم در نظر گرفته می شود. به طور خاص، این فاصله بین نقطه ای با بیشترین احتمال وقوع و سطح حدی تعریف می گردد. در واقع، این نقطه نمایانگر محتمل ترین حالت شکست بوده و در فضای متغیرهای تصادفی به گونه ای تعریف می شود که کمترین فاصله را تا مرز حالت حدی داشته باشد (کلاته و خیری، ۲۰۲۲).

در فرآیند شبیه سازی های مبتنی بر تحلیل احتمالاتی و شاخص قابلیت اطمینان، وجود خطا در ورود داده ها یا نقص در تخمین پارامترها می تواند منجر به نتایج نادرست شود. بنابراین، در چنین تحلیل هایی، دقت در تعیین توزیع مناسب برای متغیرهای ورودی و صحت داده ها از اهمیت بالایی برخوردار است.

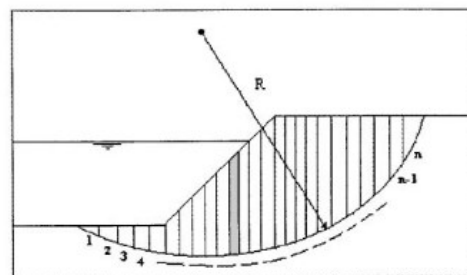
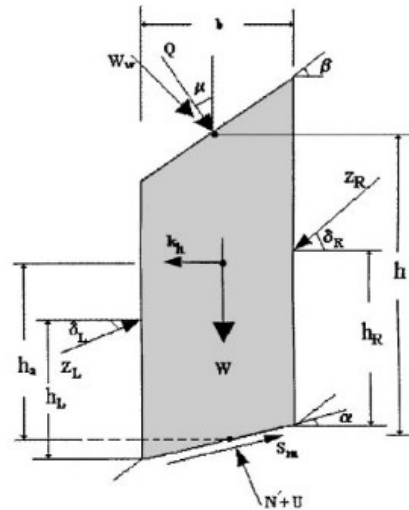
در یک سیستم شبیه سازی مبتنی بر تحلیل احتمالاتی، به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت های موجود در پارامترهای ورودی، از توزیع های آماری مختلف استفاده می شود. این توزیع ها امکان تولید داده های تصادفی با ویژگی های آماری مشخص را فراهم می کنند و تحلیل نهایی بر اساس روش های نمونه برداری آماری انجام می گیرد. در این فرآیند، خروجی مدل به صورت تابعی از پارامترهای ورودی در نظر گرفته می شود و از طریق تحلیل قابلیت اعتماد می توان میزان تأثیر هر پارامتر را بر نتایج خروجی ارزیابی کرد. میزان عدم قطعیت در پایداری شیب با استفاده از شاخص اطمینان، که تعریف آن در رابطه (۳) ارائه شده است، مورد ارزیابی و کمی سازی قرار گرفته است (مالکاو و همکاران، ۲۰۰۰):

$$\beta = \frac{E(F)-1}{\sigma(F)} \quad (3)$$

در برهم کنش بین قطعات مؤثر است و مؤلفه افقی نادیده گرفته می شود. محاسبه ضریب اطمینان به صورت رابطه (۲) انجام می گیرد (مالکاو و همکاران، ۲۰۰۰؛ دانکن و همکاران، ۲۰۱۴):

$$FS = \frac{1}{\sum W \cdot \sin \alpha} \times \sum \frac{[c' + b + (W - ub) \tan \varphi']}{\cos \alpha [1 + (\tan \alpha \tan \varphi') / FS]} \quad (2)$$

که: α ، زاویه مماس بر وسط قوس هر قطعه با امتداد زاویه اصطکاک داخلی هر قطعه، u ، فشار آب منفذی، W ، وزن هر قطعه می باشد. b ، عرض افقی هر قطعه، c' ، چسبندگی خاک، φ' .



شکل ۲. نیروهای وارد بر یک قطعه (برش) (مالکاو و همکاران، ۲۰۰۰)

۳. قابلیت اعتماد و روش شبیه سازی مونت کارلو

یکی از معیارهای مهم در ارزیابی پایداری سیستم های

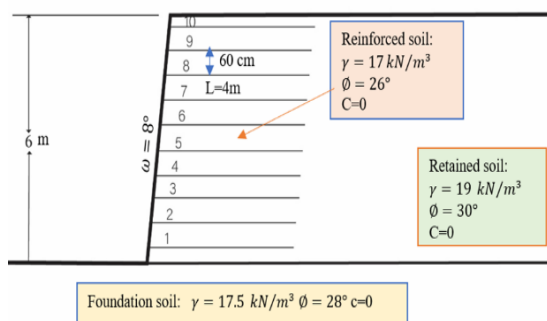
برای هر یک از سطوح لغزش مفروض، توزیع احتمالی ضریب اطمینان (F.S) بر مبنای نمونه برداری تصادفی از پارامترهای ژئوتکنیک محاسبه می شود. سپس با تحلیل آماری این توزیع، احتمال شکست هر سطح لغزش تعیین می گردد. برای انتخاب بحرانی ترین سطح لغزش، از آستانه ای برای ضریب اطمینان (معمولاً FS) 1.5 استفاده می شود و احتمال آنکه ضریب اطمینان کمتر از این مقدار باشد، به عنوان معیار ارزیابی خطرپذیری آن سطح در نظر گرفته می شود (فتاحی و جیریایی شراهی، ۲۰۲۲).

۴. نتایج و تحلیل

با بهره گیری از تحلیل احتمالاتی، هر یک از پارامترهای طراحی به صورت جداگانه تغییر داده شده اند، در حالی که سایر پارامترها در مقادیر متناظر با حالت پایه ثابت نگه داشته شده و عدم قطعیت های موجود در طراحی با گام های زیر مورد بررسی قرار می گیرد.

۴-۱. مدل کردن دیوار خاک مسلح با استفاده از ژئوسنتتیک

در شکل ۳، مشخصات دیوار خاک مسلح با استفاده از ژئوسنتتیک که در این مطالعه مورد استفاده قرار گرفته، ارائه شده است. همچنین مقادیر میانگین و واریانس پارامترهای طراحی در جدول ۱ نشان داده شده است.



شکل ۳. شکل کلی دیوار خاک مسلح ژئوسنتتیک

که، β شاخص قابلیت اطمینان، $E(F)$ میانگین ضریب اطمینان و $\sigma(F)$ انحراف معیار می باشد.

همچنین، احتمال وقوع حالت حدی بر اساس تابع عملکرد $G(X)$ مطابق رابطه (۴) تعریف می شود. اگر $G(X) < 0$ نشان دهنده شرايطی است که در آن سیستم از محدوده عملکرد ایمن خارج شده و وارد ناحیه شکست می گردد، در حالی که $G(X) > 0$ به رفتار پایدار سیستم اشاره دارد. مرز مشخص شده با رابطه $G(X) = 0$ که حالت پایدار را از ناپایدار جدا می کند، به عنوان "مرز حالت حدی" شناخته می شود (شوایگر و ترنر، ۲۰۰۷).

$$G(X) = R(X) - S(X) \quad (4)$$

که، $R(X)$ ، مقاومت، $S(X)$ ، عملکرد و X مجموعه پارامترهای تصادفی ورودی است.

احتمال شکست (P_f) به صورت رابطه (۵) تعریف می گردد:

$$P_f = P[G(X)] \leq 0 = \int f(X) dx \quad (5)$$

که، $f(X)$ تابع چگالی احتمال مشترک برای برداری است که توسط متغیرهای تصادفی X تشکیل شده است.

در پژوهش حاضر، از روش شبیه سازی مونت کارلو به عنوان یک رویکرد احتمالاتی برای برآورد احتمال شکست استفاده شده است. این روش بر اساس تولید نمونه های متعدد از پارامترهای تصادفی ورودی و محاسبه بی نهایت پاسخ برای هر یک از این نمونه ها عمل می کند. در این روش، مجموعه بزرگی از نقاط به صورت تصادفی در فضای متغیرهای ورودی تولید شده و سپس عملکرد سیستم برای هر نقطه محاسبه می شود. بر مبنای این داده ها، به ازای هر نمونه ی تولید شده، ضریب اطمینان محاسبه شده و در نهایت توزیع احتمال ضرایب اطمینان حاصل شده است. با استفاده از این توزیع، احتمال شکست برآورد شده و می توان نتایج را در قالب منحنی های احتمال یا مقادیر اطمینان تفسیر نمود.

جدول ۱. دامنه تغییرات پارامترهای مدل

پارامتر	دامنه تغییرات	معیار (std. dev)	انحراف توزیع احتمالاتی
زاویه اصطکاک داخلی خاک مسلح شده	۱۹-۲۹ درجه	۷	Normal
وزن مخصوص خاکریز	۱۲-۲۲ کیلونیوتن بر متر مکعب	۷	Normal
مقاومت کششی	۱۰-۱۹ کیلونیوتن بر متر	۵	Normal
نسبت طول ژئوستتیک به ارتفاع دیوار (L/H)	۰/۵-۱	-	Normal
فاصله قائم لایه‌های ژئوستتیک	۰/۳-۱/۲ متر	-	Normal

۴-۲. تحلیل پایداری

تحلیل پایداری مدل دیوار خاک مسلح به روش تعادل حدی انجام شده و روش بیشاپ برای ارزیابی ضریب اطمینان به کار رفته است. در این تحلیل، نیروی داخلی ژئوستتیک براساس دو مقدار حداقل در نظر گرفته شده است: یکی نیروی اصطکاکی حاصل از تماس بین خاک و ژئوستتیک (طبق رابطه ۶)، و دیگری مقاومت کششی مجاز ژئوستتیک (حداد و شفاابخش، ۲۰۰۶ و ۲۰۰۸).

$$F_{int} = 2\sigma'_v L_e \tan(\delta) \quad (6)$$

که، F_{int} نیروی داخلی لایه ژئوستتیک، σ'_v تنش موثر قائم، L_e طول موثر ژئوستتیک در پشت سطح لغزش و δ زاویه اصطکاک داخلی است.

۴-۳. تحلیل احتمالاتی گسیختگی دیوار خاک مسلح

در تحلیل احتمالاتی، پارامترهای ورودی مشخص شده برای محاسبه پایداری داخلی دیوار به عنوان متغیرهای

تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. این پارامترها عدم قطعیت‌های مربوط به ویژگی‌های خاک، مشخصات ژئوستتیک و شرایط بارگذاری را توصیف می‌کنند. پس از انجام تحلیل پایداری، احتمال کاهش ضریب اطمینان به کمتر از یک با استفاده از رابطه (۷) محاسبه می‌شود:

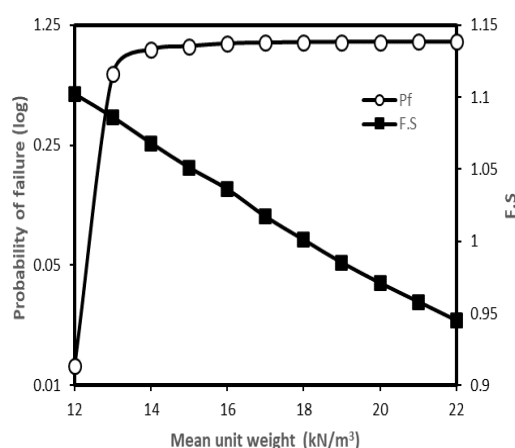
$$P_f = (FS < 1) = N_f / N_r \quad (7)$$

که، N_f تعداد وقوع گسیختگی در کل رخدادها و N_r تعداد کل رخدادها است.

در ادامه، به بررسی تحلیل احتمالاتی دیوار مدل شده در شکل ۳ پرداخته شده است. در هر تحلیل، یک پارامتر ویژه تغییر داده شده، سایر پارامترها ثابت نگه داشته شده و مورد بررسی قرار گرفته است. این پارامترها شامل: زاویه اصطکاک داخلی خاک مسلح شده، وزن مخصوص خاکریز، متوسط مقاومت کششی، نسبت طول ژئوستتیک به ارتفاع دیوار (L/H) و فاصله قائم لایه‌های ژئوستتیک می‌باشد.

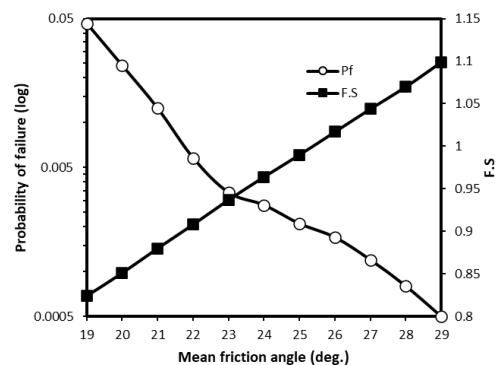
یکی از پارامترهای کلیدی در تحلیل پایداری و عملکرد دیوارهای خاکی مسلح شده با ژئوستتیک، زاویه اصطکاک داخلی خاک می‌باشد. این پارامتر نقش مهمی در افزایش ضریب اطمینان سازه و کاهش احتمال گسیختگی سازه دارد. افزایش این زاویه باعث بهبود مقاومت برشی خاک و کاهش احتمال گسیختگی می‌شود. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، با افزایش زاویه اصطکاک داخلی (۱۹-۲۹)، ضریب اطمینان نیز به طور قابل توجهی افزایش یافته و در نتیجه پایداری کلی سازه بهبود می‌یابد. این نتیجه نشان می‌دهد که افزایش چشمگیر در ضریب اطمینان به دلیل ارتباط مستقیم زاویه اصطکاک داخلی با مقاومت برشی خاک است. طبق معیار شکست موهر-کولمب، با افزایش ϕ ، مقاومت خاک در برابر تنش‌های برشی به طور تصاعدی افزایش می‌یابد که منجر به پایداری بسیار بهتر می‌شود که طبق نتایج به دست آمده از مطالعات مالکاوای و همکاران (۲۰۰۰) صحیح می‌باشد.

یکی دیگر از عوامل مهم تأثیرگذار بر پایداری دیوارهای حائل، وزن مخصوص خاکریز (γ) است. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، با افزایش وزن مخصوص خاکریز در بازه ۱۲ تا ۲۲ کیلو نیوتن بر متر مکعب، ضریب اطمینان (F.S) به طور پیوسته کاهش یافته و احتمال وقوع شکست افزایش می‌یابد که طبق مطالعات مالکاو و همکاران (۲۰۰۰) نتایج قابل اطمینان می‌باشد. این رفتار به این دلیل است که افزایش وزن مخصوص باعث اعمال فشار جانبی بیشتر بر دیوار می‌شود و نیروهای مقاوم را نسبت به نیروهای محرک کاهش می‌دهد. در نتیجه، کنترل این پارامتر در طراحی، برای جلوگیری از ناپایداری بسیار ضروری است.



شکل ۶. احتمال گسیختگی و ضریب اطمینان در مقابل وزن مخصوص خاکریز

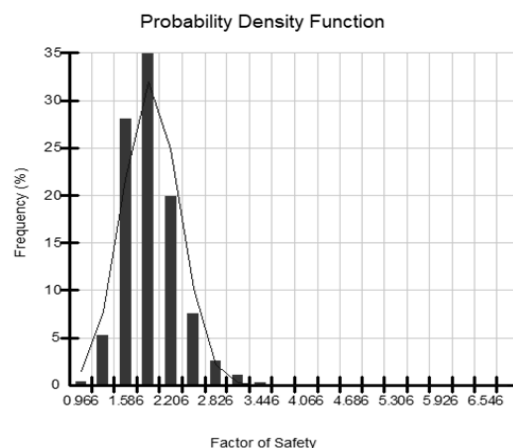
شکل ۷، تابع چگالی احتمال (PDF) ضریب اطمینان (F.S) را برای یک مجموعه داده مشخص نشان می‌دهد. مطابق نمودار، توزیع فراوانی درصدی ضریب اطمینان حالتی نسبتاً نرمال دارد. بیشترین فراوانی در بازه‌ای متمرکز شده که ضریب اطمینان در حدود ۰/۸ تا ۱/۱ قرار دارد.



شکل ۴. احتمال گسیختگی و ضریب اطمینان در مقابل

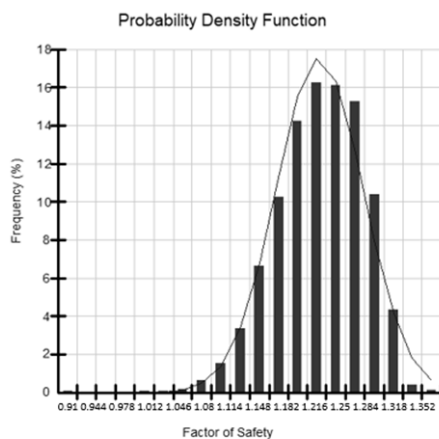
متوسط زاویه اصطکاک داخلی

نمودار شکل ۵، تابع چگالی احتمال^۱ را برای ضریب اطمینان (F.S) زاویه اصطکاک داخلی نشان می‌دهد. محور افقی مقادیر مختلف ضریب ایمنی را نشان می‌دهد، در حالی که محور عمودی بیانگر فراوانی یا احتمال وقوع هر مقدار است. ستون‌ها بیانگر توزیع داده‌های تجربی و خط منحنی، یک برازش بر داده‌ها را نمایش می‌دهد. اوج منحنی نشان‌دهنده محتمل‌ترین مقدار ضریب ایمنی و گسترش منحنی نشان‌دهنده میزان عدم قطعیت یا تغییرپذیری در ضریب ایمنی است. به طور کلی، ضریب ایمنی بالاتر نشان‌دهنده احتمال کمتر برای خرابی است. مطابق شکل ۵، بیشترین فراوانی در بازه ۰/۹ تا ۲/۱۶ است.



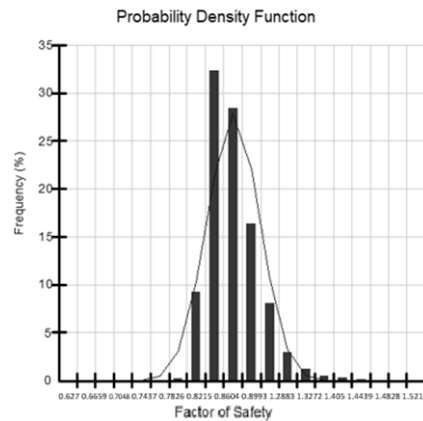
شکل ۵. بررسی تابع چگالی احتمال ضریب اطمینان برحسب زاویه اصطکاک داخلی

اساس نتایج تحلیل‌های آماری ترسیم شده است. محور افقی مقدار ضریب ایمنی و محور عمودی فراوانی نسبی (درصد) را نمایش می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، توزیع داده‌ها شکلی نزدیک به توزیع نرمال دارد و بیشترین فراوانی در محدوده $1/4$ تا $1/7$ مشاهده می‌شود. این الگو بیانگر تمرکز بیشتر مقادیر فاکتور ایمنی در این بازه و همچنین پایداری نسبی سیستم است. با این حال وجود مقادیر کمتر از ۱ نیز نشان می‌دهد که احتمال شکست یا شرایط نامطلوب، هرچند اندک، وجود دارد و باید در طراحی‌ها در نظر گرفته شود.



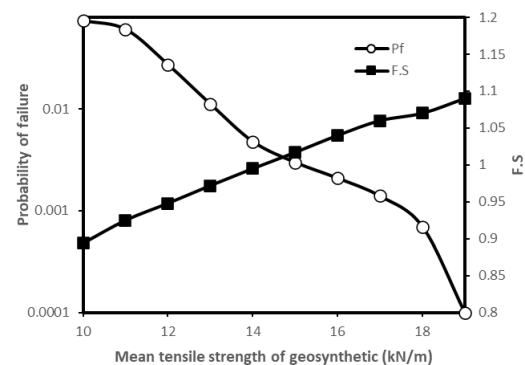
شکل ۹. بررسی تابع چگالی احتمال مقاومت کششی ژئوستتیک

فاصله قائم لایه‌های ژئوستتیک (V_s) نیز از جمله پارامترهای مؤثر بر پایداری دیوارهای حائل به شمار می‌رود. مطابق نمودار شکل ۱۰، افزایش فاصله قائم بین لایه‌های ژئوستتیک ($V_s = 0.3, 0.6, 0.9, 1.2 \text{ m}$) منجر به کاهش ضریب اطمینان (F.S) و در نتیجه افزایش احتمال گسیختگی سیستم می‌شود. این روند نشان می‌دهد که کاهش فاصله لایه‌ها موجب افزایش تراکم تقویت در ارتفاع خاکریز شده و به‌طور مؤثری تنش‌های کششی وارد بر دیوار را مهار می‌کند. بنابراین، در طراحی بهینه دیوارهای مسلح، تعیین فاصله مناسب بین لایه‌های ژئوستتیک اهمیت ویژه‌ای دارد تا ضمن حفظ ایمنی،



شکل ۷. بررسی تابع چگالی احتمال وزن مخصوص خاکریز

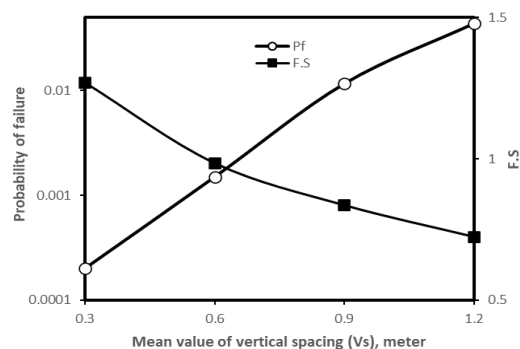
مقاومت کششی ژئوستتیک (T) یکی دیگر از عوامل کلیدی مؤثر بر پایداری دیوارهای حائل به شمار می‌رود. مطابق نمودار شکل ۸، مشاهده می‌شود که با افزایش مقاومت کششی ژئوستتیک در بازه ۱۰ تا ۱۹ کیلونیوتن بر متر، ضریب اطمینان (F.S) افزایش یافته و در نتیجه احتمال شکست کاهش می‌یابد. این روند بیانگر نقش مؤثر ژئوستتیک در بهبود عملکرد دیوار حائل از طریق افزایش ظرفیت تحمل نیروهای کششی و تقویت پایداری کلی سیستم است. در نتیجه، انتخاب ژئوستتیک با مقاومت کششی مناسب یکی از راهکارهای مؤثر برای ارتقای ایمنی و پایداری سازه محسوب می‌شود.



شکل ۸. احتمال گسیختگی و ضریب اطمینان در مقابل مقاومت کششی ژئوستتیک

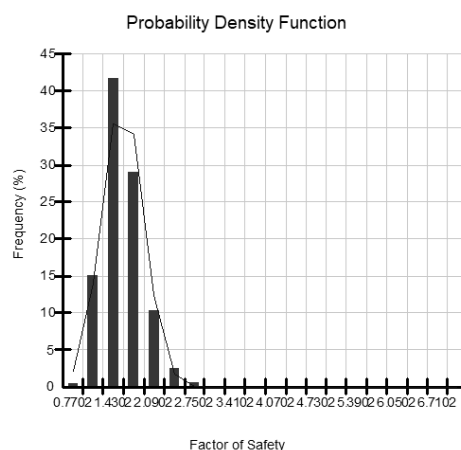
نمودار ارائه‌شده در شکل ۹ به بررسی تابع چگالی احتمال (PDF) برای ضریب ایمنی می‌پردازد که بر

عملکرد مقاومتی سیستم نیز به حداکثر برسد.



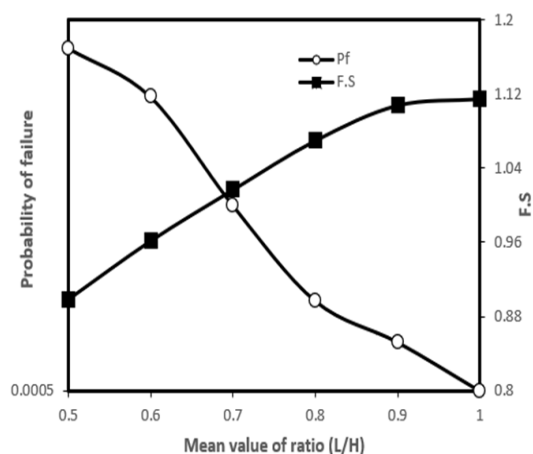
شکل ۱۰. احتمال گسیختگی و ضریب اطمینان در مقابل فاصله قائم لایه‌های ژئوسنتتیک (V_s)

نمودار شکل ۱۱ تابع چگالی احتمال را برای ضریب اطمینان فاصله قائم لایه‌های ژئوسنتتیک (V_s) نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، بیشترین فراوانی ($F.S=1.4$) در حدود مقدار میانی ضریب اطمینان رخ داده است و با فاصله گرفتن از این مقدار، فراوانی کاهش می‌یابد. توزیع داده‌ها از حدود ضریب اطمینان ۰/۸ شروع شده و تا حدود ۲/۲ گسترش یافته است. این نمودار به خوبی نشان می‌دهد که بیشتر نمونه‌های مورد بررسی دارای ضریب اطمینان بیشتر از ۱ (نشانه پایداری نسبی است) هستند.



شکل ۱۱. بررسی تابع چگالی احتمال فاصله قائم لایه‌های ژئوسنتتیک (V_s)

نسبت طول ژئوسنتتیک به ارتفاع دیوار (L/H) یکی دیگر از پارامترهای تأثیرگذار بر پایداری دیوارهای حائل مسلح شده با ژئوسنتتیک است. مطابق نمودار شکل ۱۲، با افزایش نسبت L/H از ۰/۵ تا ۱، ضریب اطمینان ($F.S$) روندی صعودی داشته و احتمال گسیختگی کاهش می‌یابد. این افزایش بیانگر آن است که با افزایش طول ژئوسنتتیک، سطح تماس مؤثر بین ژئوسنتتیک و خاک افزایش یافته و نیروی اصطکاک و گیرش بهبود می‌یابد. در نتیجه، مقاومت در برابر لغزش و گسیختگی سیستم تقویت می‌شود. بنابراین، انتخاب نسبت بهینه L/H در طراحی ژئوسنتتیک نقش کلیدی در تأمین پایداری و عملکرد ایمن دیوار دارد.



شکل ۱۲. احتمال گسیختگی و ضریب اطمینان در مقابل

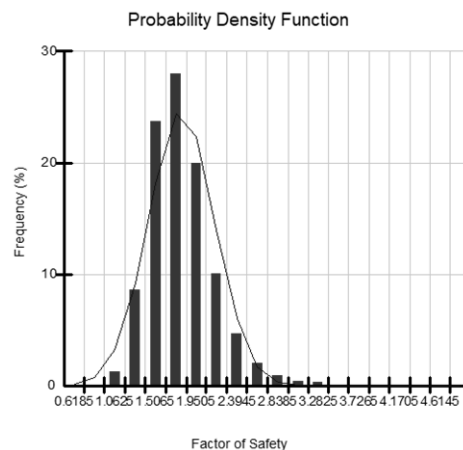
نسبت طول ژئوسنتتیک به ارتفاع دیوار (L/H)

در شکل ۱۳، تابع چگالی احتمال مربوط به توزیع ضریب اطمینان نسبت طول ژئوسنتتیک به ارتفاع دیوار (L/H) را مشاهده می‌کنید. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، توزیع داده‌ها به صورت یک منحنی نرمال تقریب زده شده و بیشینه‌ی فراوانی در بازه‌ی ۱/۹ تا ۲/۳ رخ داده است. چگالی توزیع به سمت مقادیر بزرگ‌تر به آرامی کاهش می‌یابد.

زاویه اصطکاک داخلی خاک یکی از مؤثرترین پارامترها در افزایش پایداری شناخته شد، به طوری که افزایش آن منجر به افزایش محسوس ضریب اطمینان و کاهش احتمال گسیختگی شد. با افزایش این زاویه از ۱۹ تا ۲۹ درجه، مقدار ضریب اطمینان از حدود ۰/۹ تا بیش از ۲/۱۶ تغییر کرد که نشان دهنده بیش از ۱۴۰٪ افزایش ایمنی است. در این بازه، احتمال خرابی (P_f) از حدود ۰/۰۵ به کمتر از ۰/۰۰۰۵ کاهش یافت (بیش از ۸۰٪ نمونه‌ها ضریب اطمینان بیشتر از ۱/۵ داشتند). در مقابل، افزایش وزن مخصوص خاکریز از ۱۲ تا ۲۲ کیلونیوتن بر متر مکعب باعث کاهش قابل توجه ضریب اطمینان شد؛ به گونه‌ای که مقدار ضریب اطمینان از حدود ۱/۳ به کمتر از ۰/۹ افت کرد. این یافته اهمیت کنترل دقیق تراکم و مصالح خاکریز را در طراحی دیوارهای مسلح برجسته می‌کند.

مقاومت کششی ژئوسنتتیک نیز تأثیر چشمگیری در بهبود عملکرد دیوار ایفا نمود. طبق نتایج، در بیش از ۹۰٪ از نمونه‌ها که مقاومت کششی مناسب داشتند، مقدار ضریب اطمینان فراتر از یک رفته و در حدود ۷۰٪ از آنها ضریب اطمینان بیش از ۱/۵ به دست آمده است. پارامترهای هندسی ژئوسنتتیک مانند فاصله قائم لایه‌ها و نسبت طول به ارتفاع نیز تأثیر مستقیمی بر پایداری دارند؛ کاهش فاصله لایه‌ها و افزایش نسبت L/H منجر به افزایش ضریب اطمینان شده است (بیش از ۸۵٪ نمونه‌ها با L/H برابر یک، ضریب اطمینان بالاتر از ۱/۵ داشتند).

در این پژوهش، تحلیل پایداری دیوار خاک مسلح با استفاده از روش تعادل حدی بیشاپ و با لحاظ کردن عدم قطعیت پارامترهای ژئوتکنیک انجام گرفت. روش بیشاپ به دلیل دقت بالا در محاسبه نیروهای مؤثر بر قطعات لغزشی و توزیع مؤلفه‌های قائم نیرو، از معتبرترین روش‌ها برای ارزیابی ضریب اطمینان در تحلیل‌های پایداری محسوب می‌شود. در این روش، سطح لغزش به بخش‌های کوچک تقسیم شده و تعادل نیروها و



شکل ۱۳. بررسی تابع چگالی احتمال نسبت طول

ژئوسنتتیک به ارتفاع دیوار (L/H)

جدول ۲. خلاصه نتایج تحلیل حساسیت احتمالاتی روی

پارامترهای کلیدی

پارامتر	دامنه تغییرات	تأثیر بر $F.S$	تأثیر بر P_f
زاویه اصطکاک داخلی	۱۹-۲۹	افزایش (۰/۸ به ۱/۱)	کاهش (۰/۰۵ به ۰/۰۰۰۵)
وزن مخصوص خاکریز	۱۲-۲۲ kN/m^3	کاهش (۱/۳ به ۰/۹)	افزایش
مقاومت کششی	kN/m ۱۰-۱۹	افزایش	کاهش
نسبت طول ژئوسنتتیک به ارتفاع دیوار (L/H)	m ۱/۲ - ۰/۳	کاهش با افزایش	افزایش با افزایش
فاصله قائم لایه‌های ژئوسنتتیک (V_s)	۱ - ۰/۵	افزایش	کاهش

۵. نتیجه‌گیری

بر اساس تحلیل احتمالاتی انجام‌شده با استفاده از روش تعادل حدی و شبیه‌سازی مونت کارلو، نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که پارامترهای ژئوتکنیک و تقویتی به طور معناداری بر ضریب اطمینان و احتمال گسیختگی دیوارهای خاک مسلح ژئوسنتتیک اثرگذارند.

گشتاورها در هر بخش به صورت مستقل بررسی می شود. از این رو، تغییرات موضعی در پارامترهای مقاومتی خاک، مانند زاویه اصطکاک داخلی و چسبندگی، به خوبی در محاسبات لحاظ می گردد.

نتایج تحلیل حساسیت نشان داد که زاویه اصطکاک داخلی خاک بیشترین تأثیر را بر ضریب اطمینان دارد، زیرا این پارامتر به طور هم زمان بر مقاومت برشی توده خاک و برهم کنش بین خاک و ژئوسنتتیک اثرگذار است. در مقابل، سایر پارامترها مانند مقاومت کششی ژئوسنتتیک یا وزن مخصوص خاکریز تنها بخشی از نیروهای مقاوم یا محرک را تحت تأثیر قرار می دهند. این یافته ها بیانگر آن است که کنترل دقیق پارامترهای مقاومتی خاک، به ویژه زاویه اصطکاک داخلی، نقشی تعیین کننده در پایداری نهایی دیوارهای خاک مسلح دارد.

برای لحاظ کردن اثر عدم قطعیت در پارامترهای ورودی، از روش شبیه سازی مونت کارلو استفاده شد. در این روش، پارامترهایی نظیر زاویه اصطکاک، چسبندگی، وزن مخصوص و مقاومت کششی ژئوسنتتیک به صورت متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال مدل سازی شدند و از طریق انجام ۱۰ هزار تکرار محاسباتی، توزیع آماری ضریب اطمینان و احتمال گسیختگی (P_f) استخراج گردید. مزیت اصلی روش مونت کارلو در مقایسه با تحلیل های قطعی این است که به جای ارائه یک مقدار ثابت برای ضریب اطمینان، طیفی از نتایج محتمل را با توجه به پراکندگی واقعی پارامترهای ورودی ارائه می دهد. این امر موجب می شود نتایج حاصل به شرایط میدانی نزدیک تر بوده و امکان ارزیابی کمی ریسک طراحی و قابلیت اعتماد سازه فراهم شود.

ترکیب روش بیشاپ با شبیه سازی مونت کارلو در این تحقیق، چارچوبی کارآمد برای تحلیل پایداری دیوارهای خاک مسلح فراهم کرد که در آن هم رفتار مکانیکی واقعی خاک به طور دقیق مدل شد و هم اثر عدم قطعیت های آماری در ارزیابی ایمنی لحاظ گردید. نتایج نشان داد که

روند تغییرات به دست آمده با مطالعات پیشین (مالکاو و همکاران، ۲۰۰۰؛ ونگ و همکاران، ۲۰۱۷) همخوانی دارد و اعتبار مدل احتمالاتی مورد استفاده را تأیید می کند. به ویژه، مشاهده شد که افزایش زاویه اصطکاک داخلی یا کاهش فاصله بین لایه های ژئوسنتتیک منجر به افزایش محسوس ضریب اطمینان و کاهش احتمال گسیختگی می شود؛ در حالی که افزایش وزن مخصوص خاکریز تأثیر معکوس دارد.

در مجموع، نتایج این پژوهش بر اهمیت توجه هم زمان به پارامترهای مقاومتی خاک، ویژگی های هندسی ژئوسنتتیک و نحوه آرایش آن در طراحی دیوارهای مسلح تأکید دارد. انتخاب مناسب زاویه اصطکاک داخلی، مقاومت کششی، نسبت طول به ارتفاع ژئوسنتتیک و فاصله بین لایه ها می تواند موجب افزایش قابل توجه ضریب اطمینان و کاهش چشمگیر احتمال گسیختگی شود. از این رو، استفاده از تحلیل های مبتنی بر عدم قطعیت، به ویژه روش مونت کارلو، ابزار مؤثری برای ارزیابی قابلیت اطمینان، کاهش ریسک طراحی و ارتقای ایمنی عملکردی دیوارهای حائل خاک مسلح در شرایط واقعی به شمار می رود. مهم ترین دستاورد این پژوهش، ارائه ی یک تحلیل حساسیت کمی و احتمالاتی است که اولویت بندی پارامترهای مؤثر بر پایداری را ممکن ساخته و به مهندسان در تخصیص بهینه منابع و تمرکز بر کنترل پارامترهای بحرانی در فرآیند طراحی و ساخت کمک شایانی می کند.

۶. محدودیت ها و پیشنهادها

اگرچه این مطالعه بینش ارزشمندی در مورد رفتار احتمالاتی دیوارهای خاک مسلح ارائه می دهد، اما دارای محدودیت هایی است که زمینه را برای پژوهش های آینده فراهم می کند. از جمله این محدودیت ها می توان به فرض توزیع نرمال برای تمامی پارامترهای ورودی اشاره کرد. در حالی که ممکن است برخی پارامترها از سایر

توزیع‌های آماری (مانند لوگ نرمال) تبعیت کنند. در این روش، سعی شده با قابلیت اعتماد، میزان ریسک ناپایداری شیب حداقل گردد. به عنوان پیشنهاد برای مطالعات آینده، می‌توان تأثیر همبستگی بین پارامترهای ورودی (مانند همبستگی بین چسبندگی و زاویه اصطکاک) و نیز تحلیل قابلیت اطمینان بر مبنای روش‌های پیشرفته‌تر مانند FOSM یا SORM را مورد بررسی قرار داد.

۶. مراجع

- Bathurst, R. J. and Naftchali, F. M. 2021. "Geosynthetic reinforcement stiffness for analytical and numerical modelling of reinforced soil structures". *Geotext. Geomembranes*, 49(4): 921-940.
- Cho, S. E. 2010. "Probabilistic assessment of slope stability that considers the spatial variability of soil properties". *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 136(7): 975-984.
- Desai, C. S. 2023. "DSC/HISS Modeling Applications for Problems in Mechanics, Geomechanics, and Structural Mechanics". CRC Press. 313 p.
- Duncan, J. M., Wright, S. G. and Brandon, T. L. 2014. "Soil Strength and Slope Stability". John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Fattahi, H. and Jeyriyae Sharahi, F. 2022. "Probabilistic analysis of the stability of a dam using the Monte Carlo simulation method based on the limit equilibrium method". *Eng. Geol.*, 15(1): 89-103. [In Persian]
- Elias, V., Christopher, B. R., Berg, R. R. and Ryan, R. B. 2001. "Mechanically stabilized earth walls and reinforced soil slopes: Design and construction guidelines". Updated version, No. FHWA-NHI-00-043, Federal Highway Administration, United States.
- Haddad, A. and Shafabakhsh, G. 2006. "Reliability analysis of internal stability of geosynthetic reinforced soil walls". ICG 8, Yokohama, Japan.
- Haddad, A. and Shafabakhsh, G. 2008. "Failure of segmental retaining walls due to the insufficiency of backfill permeability". In *Geosynthetics in Civil and Environmental Engineering: Geosynthetics Asia 2008, Proceedings of the 4th Asian Regional Conference on Geosynthetics in Shanghai, China* (pp. 852-856). Springer, Berlin Heidelberg.
- Jiang, S. H., Huang, J., Yao, C. and Yang, J. 2017. "Quantitative risk assessment of slope failure in 2-D spatially variable soils by limit equilibrium method". *Appl. Math. Modell.*, 47: 710-725.
- Kalateh, F. and Kheiri, N. 2022. "Probabilistic seepage analysis in an earth dam using the Monte Carlo method with an emphasis on material permeability and dam geometry". *Irrig. Drain. Struct. Eng. Res.*, 23(86): 162-133. [In Persian]
- Koerner, R. M. and Koerner, G. R. 2018. "An extended database and recommendations regarding 320 failed geosynthetic reinforced mechanically stabilized earth (MSE) walls". *Geotext. Geomembranes*, 46(6): 904-912.
- Kolathayar, S., Vinod Chandra Menon, N. and Sreekeshava, K. S. 2024. "Best Practices in Geotechnical and Pavement Engineering". Springer Nature, Singapore, Pte Ltd.
- Li, P. Y., Dou, H. Q. and Nie, W. F. 2024. "Stability analysis of geosynthetic-reinforced slopes considering multiple potential failure mechanisms based on the upper bound theorem". *Int. J. Geomech.*, 24(2): 04023286.
- Low, B. K. 2005. "Reliability-based design applied to retaining walls". *Geotech.*, 55(1): 63-75.
- Malkawi, A. I. H., Hassan, W. F. and Abdulla, F. A. 2000. "Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability". *Struct. Safety*, 22(2): 161-187.
- Nunes, G. B., Portelinha, F. H. M., Futai, M. M. and Yoo, C. 2022. "Numerical study of the impact of climate conditions on stability of geocomposite and geogrid reinforced soil walls". *Geotext. Geomembranes*, 50(4): 807-824.
- Schweiger, H. F. and Thurner, R. 2007. "Basic concepts and applications of point estimate methods in geotechnical engineering". In *Probabilistic methods in geotechnical engineering* (pp. 97-112). Vienna: Springer Vienna.
- Wang, L., Powers, M. and Gong, W. 2017. "Reliability analysis of geosynthetic reinforced soil walls". In *Geo-Risk* (pp. 91-100).
- Xiao, C., Gao, S., Liu, H. and Du, Y. 2021. "Case history on failure of geosynthetics-reinforced soil bridge approach retaining walls". *Geotext. Geomembranes*, 49(6): 1585-1599.