

## ساخت مدل‌های انتقال سلولی و بهینه‌سازی به‌منظور تعیین فواصل مابین تابلوهای پیام متغیر

امیرحسین عامری، دانش‌آموخته کارشناسی ارشد راه و ترابری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه  
علم و صنعت ایران، تهران

حمید بیگدلی راد، دانشجوی دکتری حمل و نقل، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت  
ایران، تهران

حمید شاکر، دانشجوی دکتری راه و ترابری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران،  
تهران

محمود عامری\*، استاد، گروه راه و ترابری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران،  
تهران

Email: ameri@iust.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۱۰ - پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۱۵

### چکیده

امروزه، استفاده از سامانه‌های هوشمند حمل‌ونقل، با هدف روانی ترافیک و جانمایی مسافر و کالا و همچنین افزایش ایمنی و حفظ محیط‌زیست، به‌طور گسترده‌ای مورد توجه قرار گرفته است. تابلوهای پیام متغیر، که به‌اختصار VMS نامیده می‌شوند، از وسایل کنترل ترافیک محسوب می‌شوند که به‌منظور اطلاع‌رسانی به رانندگان در محل و به‌صورت بهنگام استفاده می‌شوند. در این مطالعه، مکان‌یابی به دو صورت مختلف انجام شد. ابتدا، مدل انتقال سلول برای خیابان آزادی تهران تهیه شد. سپس، از طریق یک مدل بهینه‌سازی، همین امر روی منطقه مورد نظر اجرا شد. با توجه به تحلیل و مقایسه دو مدل، این نتیجه حاصل شد که مدل ریاضی بهینه، فاصله بیشتری را برای تعیین مکان تابلوی پیام متغیر تعیین می‌کند و میزان حجم ورودی به منطقه انسداد و مجموع زمان سفر را بیشتر کاهش می‌دهد. بنابراین، این مدل مناسب‌تر از مدل انتقال سلولی است؛ هرچند که تفاوت دو مدل بسیار کم است. مکان بهینه تابلوی پیام متغیر برای مدل انتقال سلولی ۵۱۵ متر و برای مدل ریاضی بهینه ۷۲۵ متر به دست آمد.

واژه‌های کلیدی: تابلوهای پیام متغیر، بهینه‌سازی، زمان سفر، انتقال سلولی، حمل‌ونقل هوشمند

## ۱. مقدمه

تابلوی پیام متغیر یک وسیله کنترل ترافیکی است که پیام آن را به‌طور دستی، الکتریکی، مکانیکی و یا الکترومکانیکی می‌توان تغییر داد تا به‌وسیله آن اطلاعاتی در مورد تراکم ترافیک، تصادف ترافیکی، عملیات عمرانی، تعمیر و نگهداری، شرایط سخت جوی، وضعیت جاده، وقایع و مناسبت‌های برنامه‌ریزی‌شده و دیگر حالت‌های ممکن، تسهیلات جاده‌ای مانند پل‌های متحرک، باجه‌های عوارض و ایستگاه وزن‌کشی به نمایش درآورد (زواره و همکاران، ۲۰۱۷). تابلوهای پیام متغیر با نام‌های دیگری نیز در نشریات معرفی می‌شوند که عبارت‌اند از تابلوهای پیام دینامیک، تابلوهای پیام تغییرپذیر و تابلوهای پیام الکترونیک. تابلوهای پیام متغیر جهت نمایش پیام‌های ترافیکی در سطح جاده‌ها، بزرگراه‌ها، تونل‌ها و مبادی پرتردد و حادثه‌خیز مورد استفاده قرار می‌گیرند (رینولسمن و همکاران، ۲۰۱۸؛ هارمس و همکاران، ۲۰۱۹). صفحه نمایش این تابلو ماتریسی از پیکسل‌های متشکل از LED می‌باشد که توسط بوردهای الکترونیکی کنترل می‌گردد. این تابلو قابلیت ارتباط با مرکز کنترل را دارا می‌باشد. بنابراین، کلیه پیام‌های مربوط به کیفیت جاده، سنگینی ترافیک، توصیه‌های ایمنی و موارد دیگر را می‌توان در زمان‌های مقتضی به تابلو ارسال نمود. بنابراین، با استفاده از این نوع تابلوها می‌توان ضریب امنیت جاده و همچنین فرهنگ رانندگی را ارتقا بخشید. این تابلوها قابلیت تنظیم شدت نور خود بر اساس نور محیط را دارند و در شرایط مختلف آب و هوایی، مخصوصاً در هوای مه‌گرفته و بارانی، به‌خوبی قابل‌رؤیت می‌باشند (لوما، ۲۰۰۰؛ سونگ و همکاران، ۲۰۱۶).

پیام‌های تابلوهای پیام متغیر، به‌ویژه در بزرگراه‌هایی که سرعت‌های بالای رانندگی در آن‌ها جریان دارد، نقش فوق‌العاده حساسی را ایفا می‌نمایند. به‌عنوان مثال، پیشگیری از تصادفات ثانویه (یعنی تصادفاتی که به دلیل اولین تصادف رخ می‌دهد) یکی از این موارد است. حداکثر کارایی تابلوهای پیام متغیر در شرایطی حفظ

امروزه، استفاده از تابلوهای پیام متغیر در کنار علائم ثابت نصب‌شده در شانه‌ی راه رواج یافته است. این در حالی است که استفاده از هر فناوری در کنار مزایای فراوان، کاستی‌هایی را نیز به ارمغان خواهد آورد که آگاهی از آن‌ها به‌گونه‌ای بر طراحی تأثیر خواهند داشت که معایب آن به حداقل برسد (دیوپ و همکاران، ۲۰۱۹). یکی از مهم‌ترین اهدافی که با نصب تابلوهای پیام متغیر دست‌یافتنی است، آگاه کردن راننده از شرایطی است که در آینده‌ای نزدیک با آن مواجه خواهد شد. این آگاهی کمک می‌کند تا راننده بتواند عکس‌العمل سریع‌تری داشته و آمادگی روبه‌رویی با شرایط پیش رو را داشته باشد (زنگ و همکاران، ۲۰۱۸؛ ژائو و همکاران، ۲۰۱۹). با توجه به بهبود وضعیت زندگی مردم، ارزش زمان و مشکلات موجود در خصوص تأمین زیرساخت‌های حمل و نقل مانند گرانی زمین، زمان‌بر بودن اجرای طرح‌های راه‌سازی و در کنار آن افزایش تعداد تلفات جاده‌ای، مدیران کشورها را بر آن داشته است تا با نیم‌نگاهی به پیشرفت‌های حاصل در فناوری به دنبال راه‌حلی برای غلبه بر مشکلات حمل و نقل بوده و با روشی غیر از روش‌های سنتی گذشته به دنبال حل این مشکلات باشند. در کلانشهرها، مشکل ترافیک بسیار نگران‌کننده است. تاکنون در برنامه‌های مختلف، دستگاه‌های مرتبط با حمل و نقل، طرح‌های مختلفی را که به نوعی جزو زیرپروژه‌های حمل و نقل هوشمند می‌باشند، برای رفع مشکلات به اجرا در آورده‌اند. مدیران شهری نیز برای کنترل و مدیریت ترافیک شهری، سازماندهی و هوشمندسازی حمل و نقل، اقدامات مهمی را به انجام رسانده‌اند و درصدد گسترش زیرساخت‌های مربوط به ITS می‌باشند که از مهم‌ترین بخش‌های حمل و نقل هوشمند می‌توان به تابلوهای پیام متغیر به عنوان یکی از زیرساخت‌های مؤثر در شهرسازی و مدیریت ترافیک اشاره نمود که در این مطالعه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

داخل شهری که پیوستگی و تقاطع‌های زیادی دارند ارائه نموده‌اند (بویلس و واکر، ۲۰۱۱؛ لی و همکاران، ۲۰۱۶) و برخی برای آزادراه‌ها و بخش‌های مشخص شده آنها ارائه نموده‌اند (چیو و هوین، ۲۰۰۷؛ ونگ و همکاران، ۲۰۱۷).

بهینه‌سازی و نگهداری بسیاری از سیستم‌های مهندسی، اقتصادی و حتی اجتماعی به‌منظور کمینه کردن هزینه لازم و یا بیشینه کردن سود کاربرد دارد. به دلیل کاربرد وسیع بهینه‌سازی در علوم متفاوت، این مبحث رشد بسیاری کرده است. به‌طوری که در ریاضیات، مدیریت، صنایع و بسیاری از شاخه‌های علوم مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد و حتی نام‌های متفاوتی از قبیل برنامه‌ریزی ریاضی و تحقیق در عملیات برای اشاره به مباحث بهینه‌سازی به‌کار می‌رود. برای حل و بررسی یک مسئله بهینه‌سازی، در ابتدا باید آن را مدل نمود. مدل کردن به این معنی است که مسئله را با متغیرها و روابط ریاضی توصیف کنیم، به‌طوری که مسئله بهینه‌سازی را شبیه‌سازی کند (اینتریلیگیتور، ۲۰۰۲). در این مطالعه نیز یکی از مدل‌ها، مدل بهینه‌سازی ریاضی می‌باشد.

## ۲. مطالعات پیشین

از اولین پژوهش‌های انجام شده در خصوص مکان‌یابی تابلوهای پیام متغیر می‌توان به تحقیق عباس (۱۹۹۹) اشاره نمود که هدف آن یافتن مکان‌هایی است که بیشترین بازدیدکننده را داشته باشد. این مقاله، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مسئله بهینه‌سازی خود را حل نموده است. در این مقاله، تردد در مقاطع به‌صورت ایستا فرض شده است و نتیجه تأثیر تغییر مسیر رانندگان در صورت مشاهده تابلوها و تأثیر آن بر مدل دیده نشده است.

شانگ و هوانگ (۲۰۰۹) دو معیار فاصله از رمپ و فاصله از تقاطع‌ها را به‌عنوان معیارهایی برای مکان‌یابی تابلوهای پیام متغیر معرفی نموده‌اند. بر اساس نتایج شبیه‌سازی انجام شده توسط آن‌ها، مکان بهینه‌ای برای

می‌گردد که اطلاعات مربوط به ترافیک به‌صورت هم‌زمان، صحیح، دقیق و منظم در اختیار رانندگان قرار گیرد و در شرایطی که اعتماد و اطمینان راننده از اطلاعات منتقل شده سلب گردد، به فروپاشی سامانه خیری منجر می‌گردد (راد و همکاران، ۲۰۱۴؛ امیرقلی و همکاران، ۲۰۱۷). در این رابطه، تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که به نمایش گذاشتن اطلاعات غیرموثق یا نادرست، به سلب اطمینان رانندگان از سامانه پیام‌رسان منجر می‌شود و نقش آن را کاهش می‌دهد.

تابلوهای پیام متغیر بیش از ۴۰ سال است که در بزرگراه‌های ایالات متحده استفاده می‌شوند. اولین نوع این تابلوها بسیار ساده بوده و به‌صورت کشویی در آن جاسازی می‌شده است. بعدها تابلوهای بازشو، تابلوهای استوانه گردان و تابلوهای طوماری تولید گردید. این تابلوها قابلیت نمایش تعداد کمی از پیام‌ها را داشتند، ولی موجب بدعت‌گذاری در آن زمان شد تا مهندسان حمل‌ونقل نیازهای خود را برای کاربردهای وسیع‌تر دریابند. تابلوهای پیام متغیر دیگری در سیر تحول به وجود آمدند مانند تابلوهای پره‌ای، ضربه‌ای، لامپی و ماتریس دیسک که قابلیت نمایش تعداد زیادی پیام را دارا بودند (جیحانی و همکاران، ۲۰۱۷؛ لی و همکاران، ۲۰۱۹). ولی این پیام‌ها می‌بایست از قبل در تابلوها قرار می‌گرفت تا قابل نمایش باشند. بعدها تابلوهای فیبر نوری و دیوهای نوری فوق درخشان به بازار آمدند. در ادامه، به بررسی تعدادی از مطالعات انجام شده در این زمینه پرداخته می‌شود.

مسئله مکان‌یابی تابلوهای پیام متغیر به‌صورت مسئله شبکه گسترده مطرح می‌گردد، چرا که هدف، کاهش هزینه و افزایش اطلاع‌رسانی صرفاً در یک بخش مطالعاتی خاص و محلی نیست؛ بلکه برآیند شبکه بایستی بهینه گردد و هدف بهینه‌سازی در یک معبر یا منطقه خاص نیست. پژوهش‌های انجام شده در این خصوص در دو محور کلی به این مسئله پرداخته‌اند. برخی از مراجع، مدل بهینه خود را برای شبکه راه‌های

را دارد لزوماً برای اولین بار با یک تابلو اختصاص داده نخواهد شد.

گان و همکاران (۲۰۰۶) برخی قواعد کلی جهت مکان‌یابی تابلوهای VMS در شبکه بزرگراهی درون‌شهری ارائه دادند که در آن مکان‌یابی بدون استفاده از مدل بهینه‌سازی، و فقط بر اساس ارزیابی شاخص، مطرح بوده است.

ژانگ و همکاران (۲۰۱۸) ارتباط بین تابلوهای پیام متغیر و توزیع جریان در شبکه را با استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی بررسی نمودند که مسئله بهینه‌سازی، حداکثر کردن کارایی تابلوهای پیام متغیر در سطح بالا مد نظر قرار داده شده است و سطح پایینی آن مدل‌های تخصیص بر مبنای تعادل استفاده‌کننده می‌باشد.

دستورالعمل تجهیزات کنترل ترافیک راهنمایی برای قرارگیری بهینه تابلوها در بالادست محدوده‌های کاری (محدوده‌هایی که عملیاتی مانند تعمیر و نگهداری انجام شده و کارگران در آن محدوده مشغول به فعالیت هستند) تعیین نکرده است. در این مطالعه، به تعیین مکان بهینه یک تابلوی قابل حمل در بالادست محدوده کاری راه روستایی دوطرفه، یک‌خطه با هدف کاهش سرعت مؤثر وسایل نقلیه پرداخته شده است (راد و همکاران، ۲۰۱۵). دو راه k-4 و US-36 در کانزاس آمریکا که محدودیت سرعت ۶۵ مایل بر ساعت را داشتند، انتخاب شدند. حجم ترافیک اندک هر دو راه نشان از شرایط بحرانی سرعت جریان آزاد بود. در آزمایش مربوط به راه k-4، تابلو در سه فاصله مختلف (۲۵۰، ۷۵۰ و ۱۲۵۰ فوت) از نقطه شروع منطقه کاری قرار گرفت و سرعت خودروها با هفت حسگر اندازه‌گیری سرعت در دو هفته در ماه‌های مه و سپتامبر ۲۰۱۰ از ساعت ۷ صبح تا ۷ شب برداشت شد و در نهایت با رسم پروفیل ۹۷۳ خودرو مکان بهینه اولیه تابلو حاصل شد. سری دوم آزمایش‌ها مربوط به راه US-36 بود که تابلو در فواصل ۴۰۰، ۵۷۵ و ۷۵۰ فوت بوده و سرعت ۳۲۶۵ خودرو از ۲۱ سپتامبر

تابلوهای VMS وجود دارد که زمان سفر کل را به حداقل می‌رساند. نحوه تغییرات انتخاب مسیر بعد و قبل از تصادف نیز در مطالعات آن‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت. آن‌ها نتیجه گرفتند که تابلوهای VMS باید در فاصله دوری از تصادف‌های شدید باشند.

هندرسون (۲۰۰۴) با هدف توسعه مدل برنامه‌ریزی، به بررسی مکان‌هایی برای استقرار تابلوها پرداخت که تابع هدف آن بر اساس حداکثر کردن میزان صرفه‌جویی‌های زمان سفر مورد انتظار در کل دوره زمانی بود که تابلوها نصب شده بودند. برای حل این مدل برنامه‌ریزی، بجای استفاده از تکنیک‌های سنتی، از دو راهبرد ابتکاری به نام‌های تخصیص حریم‌خانه<sup>۱</sup> و الگوریتم ژنتیک استفاده نمود (تخصیص حریم‌خانه یکی از روش‌های مشهور و پرکاربرد طراحی الگوریتم‌ها است که با ساختاری ساده در حل بسیاری از مسائل استفاده می‌شود. این روش، اغلب در حل مسائل بهینه‌سازی استفاده شده و در پاره‌ای مواقع جایگزین مناسبی برای روش‌هایی مانند برنامه‌ریزی پویا است. در حالت کلی، این روش، سرعت و مرتبه اجرایی بهتری نسبت به روش‌های مشابه خود دارد؛ اما متناسب با مسئله ممکن است به یک جواب بهینه سراسری ختم نشود). با استفاده از زبان برنامه‌نویسی ++C، داده‌های ورودی نرم‌افزار شامل شبکه راه با گره‌ها و لینک‌ها، ماتریس مبدأ-مقصد (در سه زمان قبل از ظهر، بعد از ظهر و زمان غیرواج) بوده است. دو مجموعه داده مورد استفاده قرار گرفته که مجموعه اول شامل یک شبکه فرضی و مجموعه دوم بخشی از بزرگراه ۴۰۱ و راه‌های اطراف آن در شهر تورنتو بوده است. در صورت عدم وجود یک رویکرد روش‌مند برای مکان‌یابی تابلوها، مدیران ترافیک معمولاً با روش موقتی اکتشافی، تابلوها را بر اساس حجم ترافیک در لینک‌های آزادراه و فرصت‌های انحراف در رمپ‌های خروجی مکان‌یابی می‌کنند. در حالی که بر اساس تخصیص حریم‌خانه، لینک راهی که بیشترین حجم

<sup>۱</sup>- Greedy assignment

شده‌اند. بخشی از این داده‌ها از طریق مشاهده و دوربین-های ترافیکی به‌طور تصادفی از بخش‌های مختلف منطقه مورد مطالعه و بخشی دیگر از مرکز کنترل ترافیک شهرداری تهران به‌دست آمده است.

### ۳-۱ مدل انتقال سلول

یک شبکه ساده را مطابق شکل ۱ فرض کرده که در آن لینک‌های ۱ و ۲ مسیر ۱ را تشکیل می‌دهند و لینک‌های ۱ و ۳ مسیر ۲ را تشکیل می‌دهند. یک کاربر می‌تواند به‌وسیله یکی از مسیرهای R1 یا R2 از نقطه شروع 0 به مقصد ۲ برسد. گره ۲، در هر دو مسیر، یک گره میانی می‌باشد. در صورت رخداد تصادف در لینک ۲، فرض کنید تمامی اطلاعات در مورد تصادف به‌تمامی مسافران که از طریق لینک ۱ حرکت می‌کنند داده شود. در این صورت، مسافران سعی در تغییر مسیر خود دارند تا با لینک ۲ مواجه نشوند.

عبدی و همکاران (۲۰۱۷) اثبات کرد که اگر رابطه بین جریان ترافیک  $u$  و چگالی  $g$  توسط معادله (۱) بیان شود:

$$u = \min\{vg, u_{max}, w(g_{jam} - u)\}, \quad 0 \leq g \leq g_{jam} \quad (1)$$

که  $u$  سرعت جریان آزاد،  $u_{max}$  ظرفیت یا حداکثر جریان،  $w$  سرعت موج عقب‌گرد و  $g_{jam}$  حداکثر چگالی است، معادله اصلی LWR برای یک لینک بزرگراهی یک‌طرفه می‌تواند به‌وسیله مجموعه‌ای از معادلات خطی تخمین زده شود. از طریق جداسازی جاده به بخش‌های همگن (سلول‌ها) و تقسیم زمان به بازه‌هایی که طول سلول برابر با فاصله پیموده شده توسط ترافیک جریان آزاد در یک بازه زمانی می‌باشد، مدل LWR مطابق معادلات (۲) و (۳) می‌باشد:

$$n_j(t+1) = n_j(t) + y_j(t) - y_{j+1}(t) \quad (2)$$

تا اول اکتبر سال ۲۰۱۰ برداشت شد. مطابق با نتایج ایشان، زمانی که تابلو در فاصله ۷۵۰ و ۵۷۵ فوتی قرار دارد، سرعت خودرو کاهش بیشتری داشته است. برای تعیین محل بهینه تابلو، از متوسط سرعت خودرو در ورود به منطقه کاری برای تجزیه و تحلیل رگرسیون و تعیین رابطه محل بهینه تابلو و سرعت ورود و وسیله نقلیه استفاده شده است. به‌نحوی که بهترین مکان جایی است که سرعت ورود و وسیله نقلیه کمترین مقدار را داشته باشد. محدوده بهینه جایگذاری تابلو، فاصله ۵۵۶ تا ۵۷۵ فوتی از شروع منطقه کاری مشخص گردید.

چیو و هوین (۲۰۰۷) با استفاده از دو معیار حوادث تصادفی و سناریوهای ATIS، مکان‌یابی برای تابلوهای پیام متغیر متحرک را بررسی نموده‌اند. آن‌ها روشی را برای توسعه استفاده از تابلوهای VMS ارائه کرده و مدلی برای مکان‌یابی با رویکرد اتفاقی دو مرحله‌ای ارائه دادند. آن‌ها همچنین مطالعه موردی را برای شهری در تگزاس انجام دادند تا اثرات متغیرهایی مانند تقاضا، ساختار شبکه، نرخ تأثیر VMS و سایر ویژگی‌های هر حادثه را ارزیابی کنند. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که طراحی و توسعه مشترک تابلوهای VMS و ATIS بسیار مقرون‌به‌صرفه تر و مؤثرتر است نسبت به زمانی که این دو به‌عنوان دو سیستم جداگانه مدیریت ترافیک عمل کنند.

در ادامه، به معرفی مدل‌ها و اجرای آن‌ها روی خیابان آزادی تهران پرداخته می‌شود تا بتوان مقایسه مناسبی میان مدل‌های انتقال سلول و مدل‌های بهینه‌سازی داشت.

### ۳. روش تحقیق

در این مطالعه، به مکان‌یابی تابلوهای پیام متغیر در بخشی از شهر تهران پرداخته می‌شود. به این منظور، در ابتدا مدل انتقال سلول CTM برای این بزرگراه به‌کار برده شده و در بخش دوم از مدل بهینه‌سازی ریاضی استفاده می‌شود. داده‌های مورد نیاز در این مطالعه از منابع مختلفی تأمین

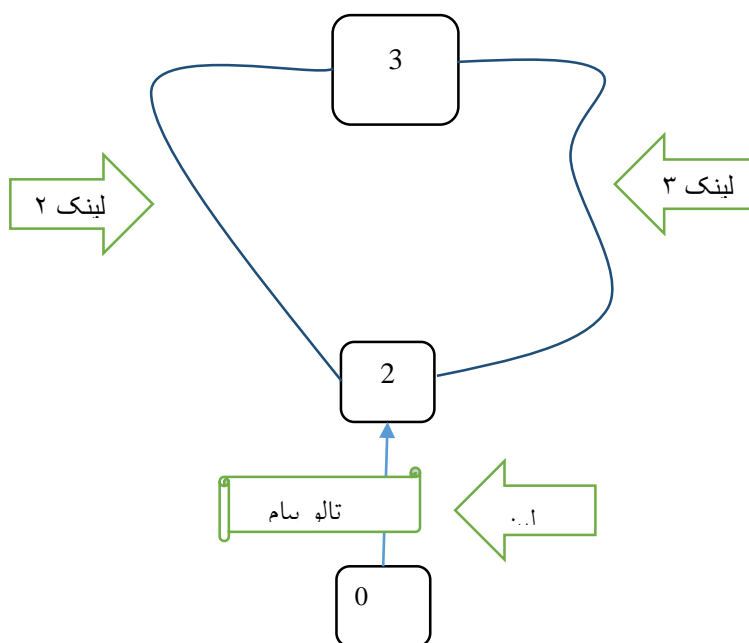
بدهد، دوره زمانی  $T$  به بازه‌های زمانی نهایی  $H = \{h: h=1, \dots, H\}$  تقسیم می‌شود که هر بازه با طول  $\mu$  می‌باشد:  $H \mu = T$ .

لینک‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب به سلول‌های همگن  $B_1$ ،  $B_2$  و  $B_3$  تقسیم می‌شوند. یک سلول مجازی  $I$  با ظرفیت نامتناهی به مکان بالادست لینک ۱ به عنوان سلول منبع اضافه می‌شود. جریان خروجی  $U_r(t)$  این سلول برابر است با جریان ورودی مطلوب این لینک در بازه زمانی  $t$ . یک سلول خروجی  $Z$  که در گره پایانی ۲ به منظور خروجی تمام ترافیک تعبیه شده است، دارای ظرفیت نامتناهی بوده و دارای ظرفیت متغیر بازمانده به منظور پذیرش جریان می‌باشد. بیانی از شکل شبکه ۱ در شکل ۲ به نمایش درآمده است.

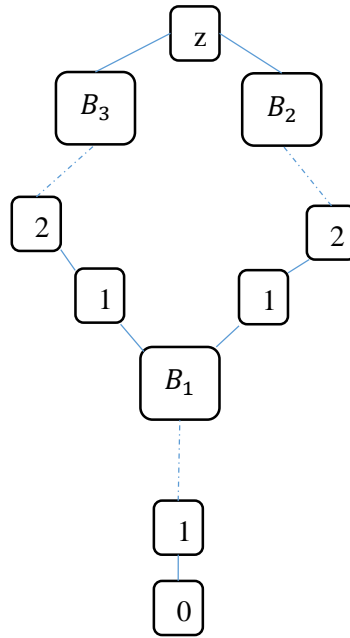
$$y_j(t) = \min\{n_{j-1}(t), U_j(t), (\frac{w}{v})(N_j(t) - n_j(t))\} \quad (3)$$

در این معادلات،  $n_j(t)$  تعداد خودروها،  $U_j(t)$  حداکثر تعداد خودروهای آمده به سلول  $j$  در زمان  $t$  و  $n_{j-1}(t)$  تعداد خودروهای آمده به سلول بالایی و پایینی  $j$ ،  $(j-1)$  و  $(j+1)$ : به ترتیب که می‌توانند در زمان  $t$  تا زمان  $t+1$  به سلول  $j$  بروند.

به منظور اجرا کردن این اصل در شبکه به نمایش درآمده در شکل ۱a، در ابتدا شبکه‌ای تشکیل داده می‌شود که توسط سلول‌ها ساخته شده باشد. از آنجا که دوره زمانی  $T$  به اندازه کافی طولانی است تا به تمامی مسافران اجازه خروج از شبکه را در طول دوره مطالعه



شکل ۱. یک شبکه با تمامی نقاط و لینک‌ها و تصادف در لینک ۲



شکل ۲. ساختار سلولی شبکه

$$\tau = \sum_{h=1}^H \sum_{p=1}^2 \int_{Y_p^r(h-1)}^{Y_p^r(h)} (Y_p^{z-1}(\delta) - Y_p^{r-1}(\delta)) d(\delta) = \sum_{h=1}^H \sum_{p=1}^2 \tau_p^{rz}(H) S_p(H) \quad (4)$$

که  $S_p(H)$  جریان ورودی مطلوب می‌باشد که از سلول  $r$  در مسیر  $p$  و در زمان  $H$  عبور می‌کند،  $Y_p^r(H)$  ترافیک تجمعی خروجی از سلول  $r$  در مسیر  $p$  در زمان  $H$ ،  $Y_p^z(t)$  ترافیک تجمعی ورودی به سلول  $z$  در مسیر  $p$  در زمان  $t$ ،  $\tau_p^{rz}(H)$  متوسط زمان سفر در مسیر،  $Y_p^{z-1}(\delta)$  تابع معکوس  $Y_p^z(t)$  و  $Y_p^{r-1}(\delta)$  تابع معکوس  $Y_p^r(\delta)$  است.

همچنین، فرض می‌شود که صف مسدود شدن تقاطع به دلیل تصادف در لینک ۲ موجب مسدود شدن لینک ۱ نمی‌شود. یا به عبارت دیگر نیازی به مطالعه در مورد جانمایی تابلوهای پیام متغیر در لینک ۱ نیست. فرض می‌شود که مجموع ترافیک خروجی از سلول  $r$  در بازه زمانی  $k$  به‌طور کامل می‌تواند به سلول  $B$  جریان پیدا کند، البته قبل از بازه زمانی  $h+e$ . به عبارت دیگر  $\sum_{n=1}^e S^n$  که در این معادله  $S^n$  بیانگر حجم جریانی است که سلول  $r$  را در زمان  $h$  ترک کرده و به سلول  $B$  در زمان  $h+n$  وارد می‌شود. زمان سفر واقعی از سلول  $r$  به سلول  $B$  برای

به‌طور مثال، چنانچه در زمان  $t_1$  حادثه آغاز شده و در زمان  $t_1+L_1$  در سلول  $d$  در لینک ۲ به اتمام برسد،  $L_1$  طول دوره تصادف می‌باشد. فرض می‌شود که اطلاعات این تصادف در تابلوی پیام متغیر با تأخیری به میزان  $L_2$  به نمایش درآید. فرض کنید که مسافرانی که به مکان تابلوی پیام متغیر در بازه زمانی  $(0, t_1+L_2)$  و  $(t_1+L_2+L_1, T)$  می‌رسند، به ترتیب مسیر  $R_1$  و مسیر  $R_2$  را با احتمال  $P_1$  و  $P_2$  انتخاب می‌کنند. همچنین افرادی که در بازه زمانی  $(t_1+L_2, t_1+L_2+L_1)$  به تابلو می‌رسند، به ترتیب مسیرهای  $R_1$  و  $R_2$  را با احتمالات  $p_1$  و  $p_2$  انتخاب می‌کنند. همان‌طور که مشخص است، روابط  $p_1 < P_1$ ،  $p_1 + p_2 = 1$  و  $P_1 + P_2 = 1$  برقرار می‌باشد.

### ۳-۱-۱. زمان سفر واقعی

در این بخش، به تعیین زمان سفر پرداخته می‌شود. به این ترتیب که در معادله (۴) که توسط زرگری و همکاران (۲۰۱۹) معرفی شده است، زمان سفر کلی تمامی مسافران محاسبه می‌شود:

لینک،  $T_{r,d}$  مجموعه‌ای از لینک‌ها که اطلاعات آن‌ها تنها توسط نزدیک‌ترین تابلوی پیام متغیر بالادست لینک  $d$  مد نظر قرار می‌گیرد،  $Z_d$  متغیر باینری می‌باشد که چنانچه تابلوی پیام متغیر روی لینک  $d$  باشد مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد،  $\varphi$  فراوانی تصادفات هر لینک،  $H$  حداکثر تعداد تابلوی پیام متغیر،  $L_{d,s}^r$  شاخص کاهنده برای تابلوی پیام متغیری که در لینک  $d$  روی مسیر  $r$  قرار گرفته است و لینک پایینی  $s$  که اطلاعاتی مانند تصادف را با استفاده از تابلوی پیام متغیر روی لینک  $d$  نشان می‌دهد. این شاخص برابر است با  $U^n$  که  $U$  پارامتر باینری صفر و ۱ است و  $n$  تعداد لینک‌های بین  $d$  و  $s$  می‌باشد.  $U$  در واقع به‌دقت و قابلیت اطمینان مسافران به اطلاعات درج‌شده در تابلوهای پیام متغیر حساس می‌باشد.

در نهایت، مدل بهینه‌سازی ریاضی (تابع هدف مورد نظر و محدودیت‌های آن) وارد نرم‌افزارهای متلب و لینگو شده و مدل بهینه‌سازی حل شد.

#### ۴. منطقه مورد مطالعه

خیابان آزادی، در غرب تهران واقع شده و از میدان آزادی در سوی غربی خیابان آغاز شده و در میدان انقلاب پایان می‌یابد. خیابان آزادی در شمال خیابان‌هایی چون جیحون، کارون و آذربایجان جای دارد و از خیابان‌های مهم و مرکزی تهران و کانون راهپیمایی‌ها در این شهر به شمار می‌آید. محله آزادی یکی از محله‌های قدیمی و معروف تهران است که به علت هم‌جواری با برج آزادی و میدان انقلاب به‌عنوان یکی از مهم‌ترین محله‌های شهر تهران محسوب می‌شود. در این مطالعه، مطابق با شکل ۳، خیابان آزادی مورد بررسی قرار گرفته است.

مسافران خروجی در بازه زمانی  $h$ ،  $\tau^{rB}(h)$  عبارت است از:

$$\tau^{rB}(h) = \frac{s^1(h+1-h) + s^2(h+2-h) + \dots + s^e(h+e-h)}{S(k)} = \frac{s^1 + 2s^2 + \dots + es^e}{S(k)} \quad (5)$$

هدف از این مطالعه، یافتن مکان بهینه سلول  $B$  برای حداقل کردن شاخص عملکرد سیستم  $\tau$  است.

#### ۳-۲. مدل‌سازی ریاضی و بهینه‌سازی

در این بخش، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی به‌منظور بهینه‌سازی جایگاه تابلوهای پیام متغیر درون‌شهری ارائه می‌شود. تابع هدف این مدل به‌صورت بهینه‌سازی در نظر گرفته شده است. این امر از طریق تعیین لینک‌هایی جهت جایگذاری این سیستم و لحاظ کردن محدودیت‌های لازم روی مسیر و حجم جریان به‌منظور تعیین تعداد تابلوهای پیام متغیر انجام می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Min } C &= \sum_{(m,n) \in G} \sum_{r \in R_{m,n}} \left( \frac{V_{m,n,r}}{A^2} \sum_{d \in D} (\gamma_{m,n,r,d} Z_d (\sum_{s \in T_{r,d}} \varphi AL_{d,s}^r)) \right) \\ &\text{s.t} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\sum_{d \in D} Z_d = H \quad (7)$$

$$Z_d \in \{0,1\} \quad \forall d \in D \quad (8)$$

که  $C$  زمان سفر کل،  $A$  فاصله تابلو پیام متغیر از تعداد تابلوی پیام متغیر،  $m,n$  جفت مبدأ و مقصدها،  $G$  اجتماعی از تمامی جفت مبدأ-مقصدها،  $R$  مجموعه‌ای از مسیرها،  $R_{m,n}$  مجموعه‌ای از مسیرها که مبدأ و مقصد  $m$  و  $n$  را به هم متصل می‌کنند،  $V_{m,n,r}$  حجم ترافیک روی مسیر  $R$  متصل‌کننده  $m$  و  $n$  اگر لینک  $d$  از مسیر  $R$  با مبدأ و مقصد  $m$  و  $n$  باشد، مقدار یک را اتخاذ می‌کند و در غیر این صورت مقدار صفر،  $D,d$  لینک‌ها،  $S$





شکل ۳. منطقه مورد مطالعه

## ۵. نتایج و تحلیل آن‌ها

در این بخش، به تحلیل و بررسی دو مدل توضیح داده شده پرداخته می‌شود. به این صورت که میزان زمان سفر کل کاربران منطقه مورد نظر توسط هر یک از مدل‌ها آورده شده و سپس درون یک نمودار کلی به نمایش درمی‌آیند. همچنین، همین امر برای میزان حجم ورودی از لینک دوم که در واقع لینک مسدودی بود و توسط تابلوهای پیام متغیر در لینک یک هشدار مسدودی داده شده بود، انجام شد.

### ۵-۱. زمان سفر کلی

با توجه به فاصله قرارگیری تابلوهای پیام متغیر از مبدأ لینک ۲ در درون لینک ۱، حالت‌های مختلفی برای تعیین زمان سفر کلی تعیین شد. در ابتدا، به بررسی این متغیر توسط مدل سلولی پرداخته می‌شود. مطابق شکل ۴، زمان سفر کل مسافران با توجه به سلول قرارگیری تابلوی پیام متغیر نسبت به لینک ۲ آورده شده است که بیانگر این مسئله است که چنانچه فاصله بین محل قرارگیری سلول تابلوی پیام متغیر تا مبدأ لینک ۲ که تصادف در آن رخ داده است بیشتر شود، زمان سفر کل کاهش می‌یابد که البته این امر تا سلول شماره ۳۵ ادامه می‌یابد. پس از این

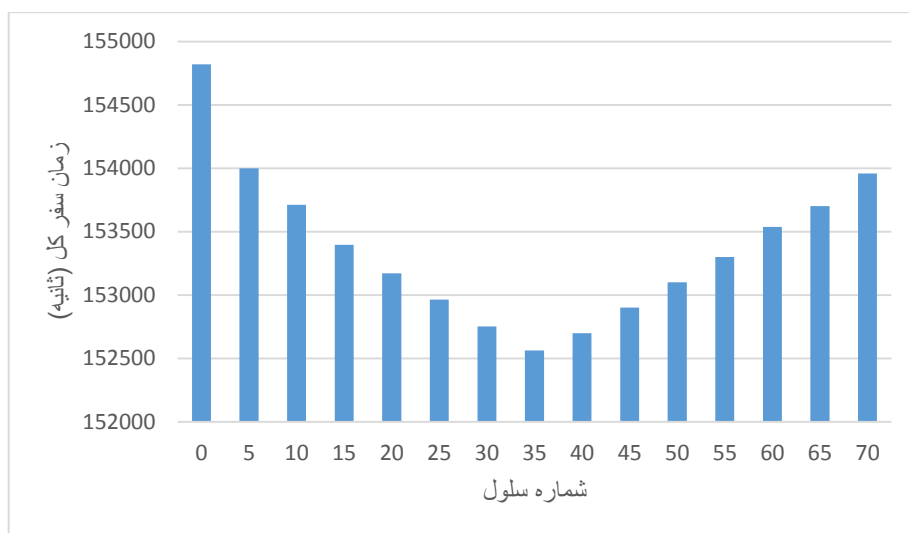
پارامترهای ورودی در این مطالعه شامل موارد زیر می‌باشد:

ظرفیت جریان: ۸۰۰ وسیله نقلیه بر ساعت در هر خط چگالی اشباع: ۸۵ وسیله نقلیه در هر کیلومتر  
سرعت جریان آزاد: ۱۱/۶ متر بر ثانیه (سئو و همکاران، ۲۰۱۹) و  $W/V=0.6$  است که  $W$  سرعت موج عقب‌گرد و  $V$  سرعت جریان آزاد می‌باشد.

حد فاصل خیابان سپاه تا خیابان شهید دکتر مفتاح در خیابان آزادی (لینک ۱) به ۷۰ سلول، هر یک به طول ۱۴/۵ متر، تقسیم می‌شود. حد فاصل خیابان دکتر مفتاح تا خیابان ولیعصر (لینک ۲) به ۱۰۵ سلول، هر یک به طول ۱۴/۵ متر، و در نهایت، حد فاصل خیابان ولیعصر تا خیابان بهبودی شامل ۲۵۰ سلول، هر یک به طول ۱۴/۵ متر، تقسیم می‌شود (لینک ۳). افق زمانی مدل‌سازی ۲۳۰۰ ثانیه و بازه زمانی ۱ ثانیه در نظر گرفته شد. به طور مثال، اگر تصادفی در سلول ۴۸ لینک ۲ از زمان  $t1=150$  و  $L1=290$  در نظر گرفته شود، دیگر پارامترها عبارت‌اند از:  $L2=28$  ثانیه،  $P1=P2=1$ ،  $p1=0.25$  و  $p2=0.75$ . حال، به مدل‌سازی و بهینه‌سازی توسط دو مدل توضیح داده شده در بخش‌های قبل پرداخته شده و در ادامه نتایج آن‌ها تحلیل و مقایسه می‌شوند.

کل را شاهد باشیم. کم بودن زمان سفر کل نشانگر این مطلب است که میزان تأخیر کاربران در این منطقه مطالعاتی کاهش می‌یابد.

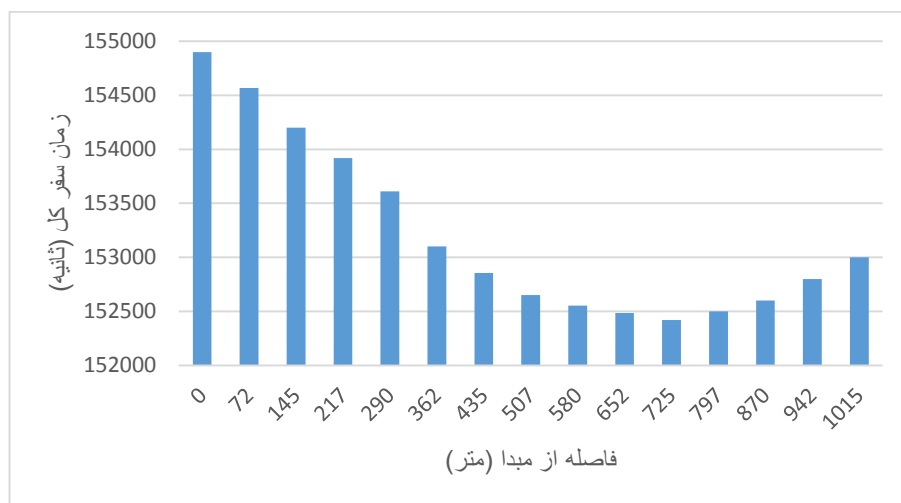
سلول، این زمان سفر به‌طور ملایم افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد که در این مورد خاص می‌بایست تابلوی پیام متغیر در سلول ۳۵ قرار گیرد تا کمترین زمان سفر



شکل ۴. زمان سفر کل مسافران با توجه به سلول قرارگیری تابلو پیام متغیر نسبت به لینک ۲

ادامه می‌یابد. پس از این فاصله، این زمان سفر به‌طور ملایم افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد در این منطقه مورد مطالعه می‌بایست تابلوی پیام متغیر در فاصله ۷۲۵ متری قرار گیرد تا کمترین زمان سفر کل را شاهد باشیم. کم بودن زمان سفر کل نشانگر این مطلب است که میزان تأخیر کاربران در این مکان کاهش می‌یابد.

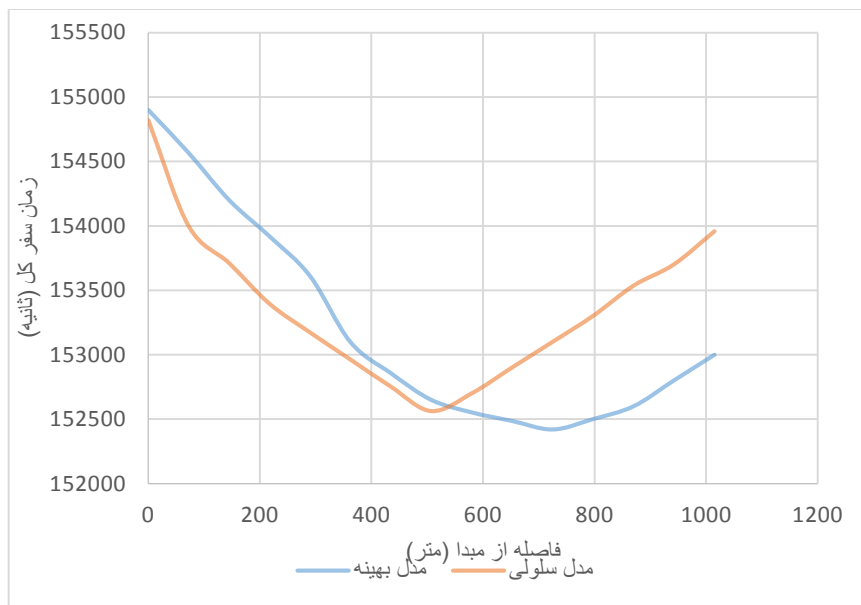
حال، به بررسی زمان تأخیر کل توسط مدل ریاضی بهینه پرداخته می‌شود. همان‌طور که در شکل ۵ دیده می‌شود، زمان سفر کل مسافران با توجه به فاصله قرارگیری تابلوی پیام متغیر نسبت به لینک ۲ آورده شده است که نشان‌دهنده این موضوع است که چنانچه فاصله بین محل قرارگیری تابلوی پیام متغیر تا مبدأ لینک ۲ که تصادف در آن رخ داده است بیشتر شود، زمان سفر کل کاهش می‌یابد که البته این امر تا فاصله ۷۲۵ متری از مبدأ



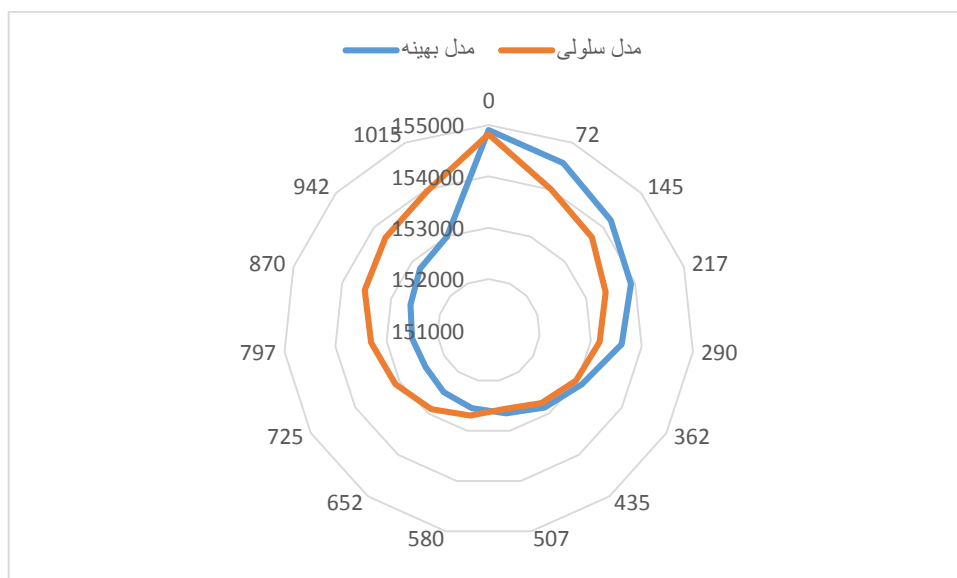
شکل ۵. زمان سفر کل مسافران با توجه به فاصله قرارگیری تابلو پیام متغیر از مبدأ لینک ۲

۲ شده و برای رسیدن به مقصد خود از لینک سوم استفاده کرده‌اند. مدل سلولی مکان مناسب برای تابلوی پیام متغیر را در فاصله ۵۱۵ متری از مبدأ و مدل ریاضی بهینه مکان بهینه تابلوی پیام متغیر را در فاصله ۷۲۵ متری از مبدأ لینک ۲ نشان می‌دهد. این امر، با توجه به کمتر بودن زمان سفر کل کاربران، مدل بهینه ریاضی را بهتر نشان می‌دهد. در ادامه نمودار نیز روند رشد زمان سفر در مدل سلولی سریع‌تر از مدل بهینه ریاضی می‌باشد.

در اینجا، به مقایسه نتایج دو مدل مطرح شده برای زمان سفر کل منطقه مورد نظر پرداخته می‌شود. همان‌طور که در شکل‌های ۶ و ۷ دیده می‌شود، نتایج حاصل از دو مدل مشابه یکدیگر می‌باشد؛ اما تفاوت‌هایی نیز دارند. چنانچه تابلوی پیام متغیر در ابتدای لینک ۲ قرار گیرد هر دو مدل تقریباً مقدار ۱۵۴۸۰۰ ثانیه را نشان می‌دهند. اما با دور شدن از مبدأ، مدل ریاضی بهینه مقدار زمان سفر کل را کمتر و مقدار زمان تأخیر را کمتر نشان می‌دهد. این امر نشان می‌دهد که مسافران متوجه انسداد در لینک



شکل ۶. مقایسه زمان سفر کل در هر دو مدل ریاضی بهینه و مدل سلولی

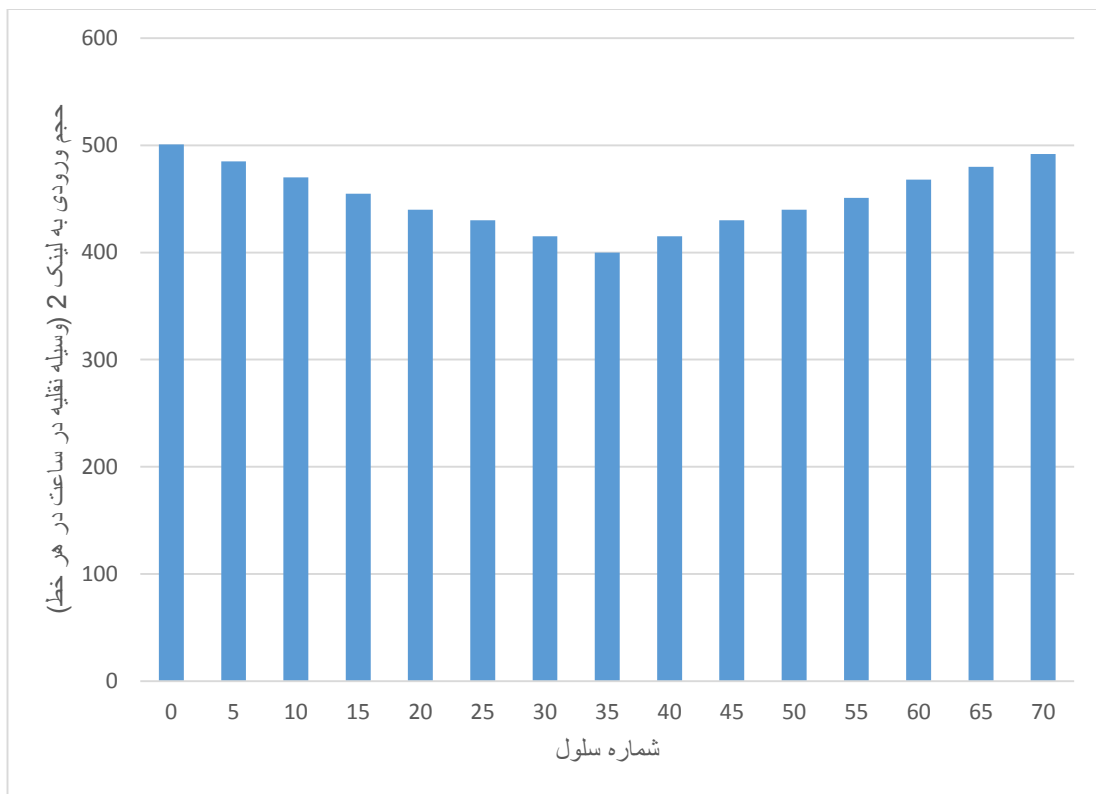


شکل ۷. طرح راداری از زمان سفر کل در مدل‌های ریاضی بهینه و سلولی

## ۵-۲. حجم جریان ورودی لینک ۲

پیام متغیر تا مبدأ لینک ۲ که تصادف در آن رخ داده است بیشتر شود، حجم ورودی به لینک ۲ کاهش می‌یابد، که البته این امر تا سلول شماره ۳۵ ادامه می‌یابد. پس از این سلول، این مقدار به طور ملایم افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد که در این مورد خاص می‌بایست تابلوی پیام متغیر در سلول ۳۵ قرار گیرد تا کمترین حجم عبور از لینک ۲ را شاهد باشیم. کم بودن حجم ورودی نشانگر این مطلب است که میزان تراکم کاهش یافته و تأخیر کاربران در این منطقه مطالعاتی کاهش می‌یابد.

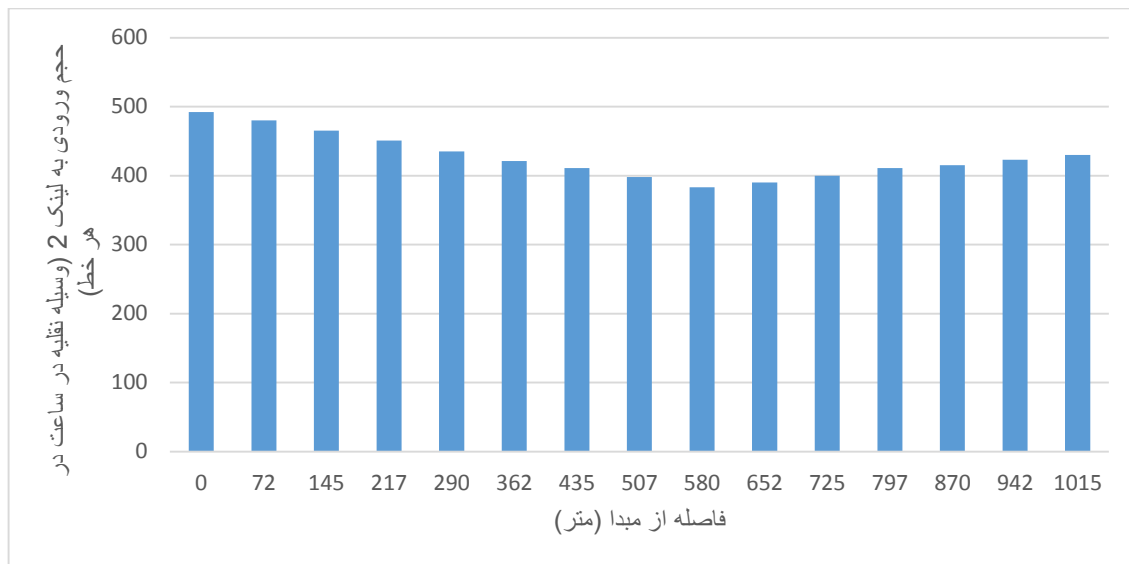
با توجه به فاصله قرارگیری تابلوهای پیام متغیر از مبدأ لینک ۲ در درون لینک ۱، حالت‌های مختلفی برای حجم ورودی به لینک ۲ تعیین شد. در ابتدا، به بررسی این متغیر توسط مدل سلولی پرداخته می‌شود. مطابق شکل ۸، زمان سفر کل مسافران با توجه به سلول قرارگیری تابلوی پیام متغیر نسبت به لینک ۲ آورده شده، که بیانگر این مسئله است که چنانچه فاصله بین محل قرارگیری سلول تابلوی



شکل ۸. حجم ورودی به لینک ۲ با توجه به سلول قرارگیری تابلوی پیام متغیر از مبدأ لینک ۲

تا فاصله ۷۲۵ متری از مبدأ ادامه می‌یابد. پس از این فاصله، این زمان سفر به طور ملایم افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد در این منطقه مورد مطالعه می‌بایست تابلوی پیام متغیر در فاصله ۷۲۵ متری قرار گیرد تا کمترین حجم ورودی به لینک ۲ را شاهد باشیم. کم بودن حجم ورودی نشانگر این مطلب است که میزان تراکم کاهش یافته و تأخیر کاربران در این منطقه مطالعاتی کاهش می‌یابد.

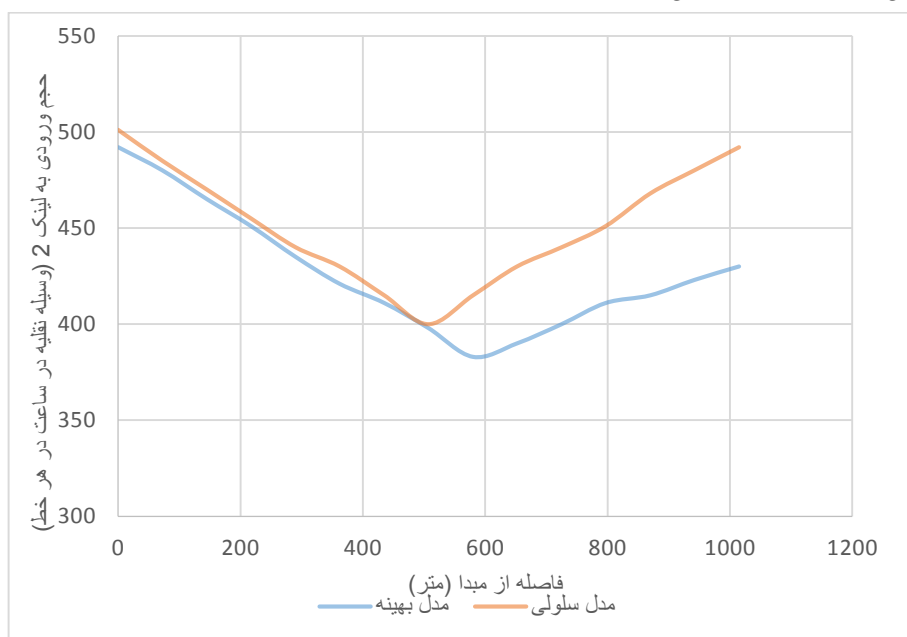
حال، در این قسمت به بررسی حجم ورودی به لینک ۲ توسط مدل ریاضی بهینه پرداخته می‌شود. همان‌طور که در شکل ۹ دیده می‌شود، زمان سفر کل مسافران با توجه به فاصله قرارگیری تابلوی پیام متغیر نسبت به لینک ۲ آورده شده است که نشان‌دهنده این موضوع است که چنانچه فاصله بین محل قرارگیری تابلوی پیام متغیر تا مبدأ لینک ۲ که تصادف در آن رخ داده است بیشتر شود، حجم ورودی به لینک ۲ کاهش می‌یابد که البته این امر



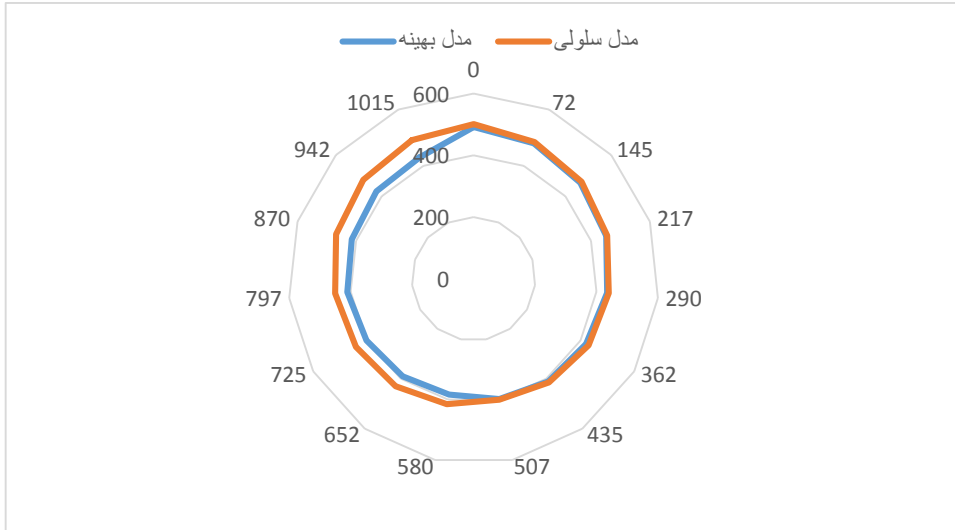
شکل ۹. حجم ورودی به لاینک ۲ با توجه به فاصله قرارگیری تابلوی پیام متغیر از مبدأ لاینک ۲

متوجه انسداد در لاینک ۲ شده و برای رسیدن به مقصد خود از لاینک سوم استفاده کرده‌اند. مدل سلولی، مکان مناسب برای تابلوی پیام متغیر را در فاصله ۵۱۵ متری از مبدأ و مدل ریاضی بهینه مکان بهینه تابلوی پیام متغیر را در فاصله ۷۲۵ متری از مبدأ لاینک ۲ نشان می‌دهد. این امر، با توجه به کمتر بودن حجم ورودی کاربران، مدل بهینه ریاضی را بهتر نشان می‌دهد. در ادامه نمودار نیز روند رشد زمان سفر در مدل سلولی سریع‌تر از مدل بهینه ریاضی می‌باشد.

در این بخش، به مقایسه و اعتبارسنجی نتایج دو مدل مطرح شده برای حجم ورودی به لاینک ۲ منطقه مورد نظر پرداخته می‌شود. همان‌طور که در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ دیده می‌شود، نتایج حاصل از دو مدل مشابه یکدیگر می‌باشد؛ اما تفاوت‌هایی نیز دارند. چنانچه تابلوی پیام متغیر در ابتدای لاینک ۲ قرار گیرد هر دو مدل تقریباً مقدار ۵۰۰ وسیله نقلیه در ساعت در هر خط را نشان می‌دهند. اما با دور شدن از مبدأ، مدل ریاضی بهینه مقدار حجم ورودی به لاینک ۲ را کمتر و مقدار زمان تأخیر و تراکم را کمتر نشان می‌دهد. این امر نشان می‌دهد که مسافران



شکل ۱۰. مقایسه حجم ورودی به لاینک ۲ در هر دو مدل ریاضی بهینه و مدل سلولی



شکل ۱۱. طرح راداری از حجم ورودی به لینک ۲ در مدل‌های ریاضی بهینه و سلولی

خود دلیل دیگری مبنی بر توصیه استفاده از این مدل بهینه به نسبت مدل سلولی می‌باشد. مشخص است که با دور شدن قرارگیری تابلوها از مبدأ لینک ۱، طول صف افزایش می‌یابد. در ابتدای لینک ۱ نیز این مقادیر زیاد است. اما رفته رفته با نزدیک شدن به مکان بهینه، طول صف کاهش یافته و مجدداً بر طول آن اضافه می‌شود.

طول صف ایجاد شده در لینک ۲ با توجه به مکان قرارگیری تابلوهای پیام متغیر در طول لینک ۱ محاسبه شد. طول هر خودرو ۵ متر در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل ۱۲ دیده می‌شود، مدل سلولی که با رنگ نارنجی نشان داده شده است، در تمامی موقعیت‌های قرارگیری تابلوهای پیام متغیر، طول صف بیشتری را نسبت به مدل بهینه نشان می‌دهد که این امر



شکل ۱۲. طول صف ایجاد شده در لینک ۲ با توجه به مکان قرارگیری تابلوی پیام متغیر در هر یک از مدل‌ها

## ۶. نتیجه‌گیری

- در این مطالعه، به تعیین مکان مناسب تابلوهای پیام متغیر در صورت مشاهده یک انسداد در یکی از لینک‌ها پرداخته شد. به این منظور، دو مدل بهینه‌سازی ریاضی و مدل انتقال سلولی ساخته شدند و برای منطقه مورد مطالعه، که خیابان آزادی تهران بود، استفاده شد. نتایج حاصل از این مطالعه به‌طور خلاصه عبارت‌اند از:
- مدل سلولی، مکان مناسب برای تابلوی پیام متغیر را در فاصله ۵۱۵ متری از مبدأ تعیین می‌کند.
  - مدل ریاضی بهینه، مکان بهینه تابلوی پیام متغیر را در فاصله ۷۲۵ متری از مبدأ لینک ۲ نشان می‌دهد.
- این امر با توجه به کمتر بودن زمان سفر کل (تقریباً ۱۷٪) و میزان حجم ورودی به لینک ۲ (تقریباً ۷٪)، مدل بهینه ریاضی را بهتر نشان می‌دهد.
- پس از نقطه بهینه نمودار نیز روند رشد زمان سفر، میزان حجم ورودی در مدل سلولی سریع‌تر از مدل بهینه ریاضی می‌باشد. یعنی، میزان افزایش زمان سفر و حجم ورودی به لینک ۲ در آن بیشتر است (نرخ رشد تقریباً ۱۰٪ بیشتر است).
- طول صف تشکیل‌شده در لینک ۲ با توجه به مکان قرارگیری تابلوی پیام متغیر در لینک ۱، در مدل بهینه کمتر از مدل سلولی می‌باشد که این مقدار در حدود ۱۶٪ می‌باشد.

## ۷. مراجع

- Abbas, M. A. 1999. "Optimizing variable message sign locations on freeways using genetic algorithm". 78th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC.
- Abdi, A., Bigdeli Rad, H., & Azimi, E. (2017, March). Simulation and analysis of traffic flow for traffic calming. In Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Municipal Engineer (Vol. 170, No. 1, pp. 16-28). Thomas Telford Ltd.
- Amirgholy, M., Golshani, N., Schneider, C., Gonzales, E. J. and Gao, H. O. 2017. "An advanced traveler navigation system adapted to route choice preferences of the individual users". Int. J. Transport. Sci. Technol., 6(4): 240-254.
- Boyles, S. D. and Walker, S. T. 2011. "Optimal information location for adaptive routing". Netw. Spat. Econ., 11: 233-254.
- Chiu, Y. C. and Huynh, N. 2007. "Location configuration design for dynamic message signs under stochastic incident and ATIS scenarios". Transport. Res. Part C: Emerg. Technol., 15(1): 33-50.
- Chiu, Y. C., Huynh, N. and Mahmassani, H. S. 2001. "Determining optimal locations for variable message signs under stochastic incident scenarios". 80th Annual Meeting of Transportation Research Board.
- Diop, E. B., Zhao, S. and Van Duy, T. 2019. "An extension of the technology acceptance model for understanding travelers' adoption of variable message signs". PLoS ONE, 14(4): e0216007.
- Gan, H. C., He, S. G. and Dong, J. 2011. "A model for determining optimal variable message sign locations". International Conference on Business Management and Electronic Information, May 13-15, Guangzhou, China.
- Harms, I. M., Dijksterhuis, C., Jelijs, B., de Waard, D. and Brookhuis, K. A. 2019. "Don't shoot the messenger: Traffic-irrelevant messages on variable message signs (VMSs) might not interfere with traffic management". Transport. Res. Part F: Traffic Psychol. Behaviour, 65: 564-575.
- Henderson, J. 2004. "A planning model for optimizing locations of changeable message signs". Master Thesis, University of Waterloo.
- Intriligator, M. D. 2002. "Mathematical optimization and economic theory". Society for Industrial and Applied Mathematics (S.I.A.M.).
- Jeihani, M., NarooieNezhad, S. and Bakhsh Kelarestaghi, K. 2017. "Integration of a driving simulator and a traffic simulator case study: Exploring drivers' behavior in response to variable message signs". IATSS Res., 41(4): 164-171.
- Li, M., Lin, X., He, F. and Jiang, H. 2016. "Optimal locations and travel time display for variable message signs". Transport. Res. Part C: Emerg. Technol., 69: 418-435.

- Li, Y., Tu, M. and Wang, J. 2019. "Layout study of the variable message signs on urban road networks". CICTP 2019, pp. 4306-4317.
- Luoma, J., Rämä, P., Penttinen, M. and Anttila, V. 2000. "Effects of variable message signs for slippery road conditions on reported driver behavior". *Transport. Res. Part F: Traffic Psychol. Behaviour*, 3(2): 75-84.
- Memarian, A. 2016. "A decision support system for traffic diversion around construction closures". Doctoral Dissertation, University of Texas, Arlington.
- Rad, V. B., Najafpour, H., Ngah, I., Shieh, E., Rashvand, P., & Rad, H. B. (2015). What Are The Safety Factors Associating with Physical Activity in Urban Neighborhoods?(A Systematic Review). *J. Appl. Environ. Biol. Sci*, 5(3), 259-266.
- Rad, V. B., Najafpour, H., Ngah, I., Shieh, E., Rad, H. B., & Qazvin, I. (2014). The Systematic Review on Physical Activity in Urban Neighborhoods. *Life Science Journal*, 11(9).
- Reinolsmann, N., Brijs, K., Brijs, T., Alhajyaseen, W., Cornu, J. and Mollu, K. 2018. "Variable message sign strategies for congestion warning on motorways-A driving simulator study". *Adv. Transport. Stud.*, 45: 77-92.
- Seo, T., Kawasaki, Y., Kusakabe, T. and Asakura, Y. 2019. "Fundamental diagram estimation by using trajectories of probe vehicles". *Transport. Res. Part B: Methodol.*, 122: 40-56.
- Shang, H., Huang, H., & Gao, Z. (2009). Impacts of variable message signs on traffic congestion. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 52(2), 477-483.
- Song, M., Wang, J. H., Cheung, S. and Keceli, M. 2016. "Assessing and mitigating the impacts of dynamic message signs on highway traffic". *Int. J. Traffic Transport Eng.*, 6(1): 1-12.
- Wang, S., Sharma, A. and Knickerbocker, S. 2017. "Analyzing and improving the performance of dynamic message sign reporting work zone-related congestion". *Transport. Res. Record*, 2617(1): 71-77.
- AFANDI, Z. S., BIGDELI, R. H., & SHAKER, H. (2019). Using optimization and metaheuristic method to reduce the bus headway (Case study: Qazvin Bus Routes).
- Zavareh, M. F., Mamdoohi, A. R. and Nordfjærn, T. 2017. "The effects of indicating rear-end collision risk via variable message signs on traffic behavior". *Transport. Res. Part F: Traffic Psychol. Behav.*, 46: 524-536.
- Zeng, M., Ling, Z., Zhang, B. and Huang, X. 2018. "Stochastic route choice models based on VMS information and hierarchy for urban transport network". *KSCE J. Civ. Eng.*, 22(2): 850-858.
- ZHANG, R., MA, Z., DANG, Y., & XU, T. (2018). Optimization for Location of Variable Message Sign Based on an Improved Genetic Algorithm. *Journal of Transport Information and Safety*, 06.
- Zhao, W., Quddus, M., Huang, H., Lee, J. and Ma, Z. 2019. "Analyzing drivers' preferences and choices for the content and format of variable message signs (VMS)". *Transport. Res. Part C: Emerg. Technol.*, 100: 1-14.