

شناسایی خواص مودال به‌منظور پایش سلامت پل‌ها در حوزه زمان بر اساس روش ردگیری پیچیدگی

پوریا طالب صفا، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

امید رضایی فر*، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

حسین نادرپور، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

Email: orezayfar@semnan.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۳۱ - پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۷

چکیده

امروزه، نگهداری و پایش سلامت سازه‌ها و زیرساخت‌های کشور از اهمیت بسیار زیادی در بین مهندسين برخوردار است. برای برداشت پاسخ‌های پل از حسگرهای (شتاب‌سنج‌های) نصب شده روی سازه پل استفاده می‌شود و حتی در تحقیقات اخیر این حسگرها روی شاسی خودروهای عبوری از روی پل نیز نصب شده‌اند که پاسخ سازه را برداشت می‌کنند. از این‌رو، روشی نیاز است که بتوان بر اساس آن خواص دینامیک (فرکانس، نسبت‌های میرایی و شکل مود) را بر اساس همان خروجی شناسایی و اندازه‌گیری نمود. در نتیجه، از روش آنالیز مودال عملیاتی (مبتنی بر فقط خروجی) استفاده می‌شود. در این مقاله، روش جدیدی به‌نام ردگیری پیچیدگی (CP) برای اندازه‌گیری و جداسازی خواص دینامیک در حوزه زمان بر اساس الگوریتم جداسازی کور منابع مورد بررسی قرار می‌گیرد. روش ردگیری پیچیدگی به‌عنوان روشی شناخته‌شده است که قادر به بازیابی منابع مخفی (پاسخ‌های مستقل هر درجه آزادی) است و همچنین ماتریس اختلاط منابع تنها با استفاده از خروجی مختلط برداشت‌شده را میسر می‌کند. اندازه‌گیری‌ها در شرایط مختلف از جمله سیستم جرم- فنر ۳ درجه آزاد با میرایی‌های مختلف، در حضور نویز اعمال شده به روش نویز سفید گوسی، در شرایط میرایی غیرقطری، مودهای نزدیک به هم و در نهایت سیستم جرم- فنر با ۱۲ درجه آزادی انجام گرفته است. مقایسه نتایج به‌دست آمده از روش CP در همه شرایط با روش آنالیز مودال نشان می‌دهد که این روش با قدرت و خطای کمتر از ۳ درصد و در اکثر موارد با خطای ۱ درصد، خواص مودال را شناسایی، اندازه‌گیری و استخراج می‌کند.

واژه‌های کلیدی: آنالیز مودال، جداسازی کور منابع، ردگیری پیچیدگی، ماتریس اختلاط، پاسخ سازه

۱. مقدمه

دامنه فرکانسی^۸ (FFD) و روش‌های گسترده‌ای توسط مهندسين در زمینه‌های مکانیکی، زیرساخت‌های عمرانی و زلزله ارائه شده است.

اخیراً پردازش سیگنال، به‌خصوص روش‌های شناسایی مودال، به‌صورت گسترده مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. از این‌رو، برای حل این مسائل (فقط خروجی) چون اطلاعاتی از ورودی به سیستم در دسترس نیست از روش‌های جداسازی کور منابع (BSS)^۹ استفاده می‌شود. جداسازی کور منابع توانایی زیادی را به‌عنوان ابزاری جدید برای پردازش سیگنال بدون نظارت نشان داده است (سادهو و همکاران، ۲۰۱۷) و به دینامیک سازه‌ها معرفی شده است (آنتونی، ۲۰۰۵). اساساً، روش‌های جداسازی کور منابع قادر به بازیابی منبع پنهان سیگنال‌ها و فاکتورهای اصلی، تنها با استفاده از مشاهدات ادغام شده، است که برای انجام شناسایی مودال بر اساس فقط خروجی مناسب است.

جداسازی کور منابع، یکی از تکنیک‌های جدید پردازش اطلاعات است که هدف آن جداسازی تعدادی منبع سیگنال، تنها با مشاهده‌ی نمونه‌هایی از مخلوط آن‌ها است. جداسازی کور منابع به بازیابی مجموعه‌ای از منابع مستقل از هم گفته می‌شود که به‌وسیله یک سیستم ترکیب ناشناخته با یکدیگر آمیخته شده‌اند و جداسازی باید تنها بر پایه مشاهده سیگنال‌های ترکیبی صورت گیرد. دو روش کلی جداسازی کور منابع، تحلیل مؤلفه‌های مستقل^{۱۰} (ICA) (هیوارینن، ۲۰۰۱) و شناسایی کور مرتبه دوم^{۱۱} (SOBI) (بلوچرانی و همکاران، ۱۹۹۷)، با موفقیت برای انجام آنالیز مودال، فقط بر اساس خروجی، اعمال شده‌اند، جایی که پاسخ‌های مودال به‌عنوان منابع هدف به روش BSS استخراج می‌شوند (آنتونی و چائوهان، ۲۰۱۳؛ یانگ و ناگاراچیا، ۲۰۱۴). در مقایسه با روش‌های

در یک دهه گذشته، آنالیز مودال بیشترین توجه را در بین سایر روش‌های شناسایی خطی سیستم به خود جلب کرده است. اساسی‌ترین اهمیت شناسایی مودال این است که با استفاده از آن می‌توان مشخصات دینامیک سیستم (فرکانس طبیعی، نسبت‌های میرایی، شکل مودها) را از یک سیستم خطی استخراج نمود که کاربردهای فراوان و متنوعی در دینامیک سازه‌ای پل نظیر تشخیص خرابی^۱ (ملک جعفریان و همکاران، ۲۰۱۹؛ یانگ و یانگ، ۲۰۱۸)، کنترل سازه^۲ (کساس و موگتی، ۲۰۱۷)، به‌هنگام-سازی سازه^۳ (موترشید و همکاران، ۲۰۱۱؛ رن و چن، ۲۰۱۰) و مهندسی زلزله (جاوهاری و همکاران، ۲۰۲۰) دارد.

روش‌های سنتی آنالیز مودال عموماً با گردآوری داده-ها به شناسایی سیستم می‌پرداختند که بر اساس روابط بین ورودی و خروجی بودند. یک آزمایش ایده‌ال، نیازمند شرایطی است که بتوان تحریک سازه را کنترل و اندازه-گیری کرد (چن و همکاران، ۲۰۱۱) که برای سازه‌های عمرانی با مقیاس بزرگ مانند پل‌ها، ساختمان‌ها و سدها، کاری کاملاً سخت و پرهزینه است و اعمال تحریک کنترل‌شده به سیستم بدون دخالت شرایط محیطی نظیر باد و نیروی خاک و حرکت لرزه‌ای تقریباً کاری غیرممکن است. روش‌های بر اساس فقط خروجی و یا شناسایی عملیاتی مودال، زمانی که پاسخ‌های سازه در دسترس باشد مورد استفاده قرار می‌گیرند (برینکر و کرگارد، ۲۰۱۰؛ ریندرز، ۲۰۱۲).

الگوریتم‌های مختلفی فقط بر اساس خروجی وجود دارند مانند روش حوزه زمانی ابراهیم^۴ (ITD)، الگوریتم درک سیستم ویژه^۵ (ERA)، تکنیک تحریک طبیعی^۶ (NExT)، شناسایی تصادفی زیرفضا^۷ (SSI) و تجزیه

7- Stochastic Subspace Identification (SSI)
8- Frequency Domain Decomposition (FDD)
9- Blind Source Separation
10- Independent Component Analysis
11- Second-Order Blind Identification

1- Damage Detection
2- Structural Control
3- Model Updating
4- Ibrahim Time-Domain (ITD)
5- Eigensystem Realization Algorithm (ERA)
6- Natural Excitation Technique (NExT)

کورکورانه ماتریس مود و پاسخ مودال زمانی سازه را به راحتی استخراج کند و در نتیجه به راحتی می توان پارامترهای مودال سیستم را تخمین زد. برای انجام شبیه سازی های عددی، از داده های پاسخ ارتعاش آزاد و ارتعاش تصادفی استفاده می شود. نتایج نشان می دهد که روش CP قادر است به طور دقیق و مؤثر اطلاعات مودال (فرکانس، شکل مودها و نسبت میرایی) را به طور مستقیم از پاسخ های اندازه گیری شده سیستم، حتی در مودهای با فاصله نزدیک و در مواردی با میرایی زیاد و همچنین در تخمین مودهای مختلط دارای میرایی زیاد غیرقطری، را اندازه گیری کند.

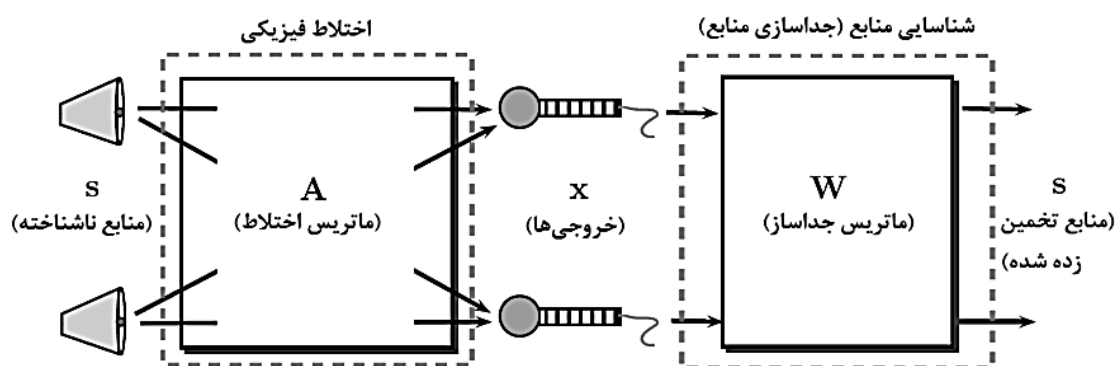
۲. جداسازی کور منابع

مدل خطی لحظه ای BSS به صورت زیر بیان می شود (هیوارینن و اوجا، ۲۰۰۰):

$x(t) = As(t) = \sum_{i=1}^n a_i s_i(t)$ که بردار ترکیب شده مشاهده شده با m تعداد سیگنال و $s(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$ بردار منابع با n منبع، A ماتریس ثابت و نامعلوم میکس کننده است که شامل n ستون است و i امین ستون آن با ضرب a_i در s_i شکل می گیرد. اگر $m = n$ باشد آنگاه ماتریس A مربعی است که $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ و $a_i \in \mathbb{R}^n$ است (شکل ۱)

وابسته به پارامترهای معمولی، روش های مبتنی بر BSS غیرپارامتری با پیاده سازی های ساده و کارآمد می باشند. با این حال، چندین موضوع در مورد روش های BSS قابل توجه است. به عنوان مثال، روش ICA محدود به سازه های نامیرا و یا با میرایی بسیار کم است (کرشن و همکاران، ۲۰۰۷؛ یانگ و ناگارجیاه، ۲۰۱۴). در این تکنیک، سیگنال های دریافت شده از چندین گیرنده که اطلاعات کافی در مورد آنها در دسترس نیست را با تکیه بر فرض های ضعیفی مانند استقلال آماری منابع اولیه منجر به تکنیک تجزیه به مؤلفه های مستقل (ICA) می شود، بازایی می کند. معیاری که برای اندازه گیری مستقل ICA به کار برده شده، معیار اطلاعات متقابل است. روش های SOBI منبع را به نحوی ایستا و ساکن فرض می کند و در مودهای با فاصله کم و همچنین در مواردی که ماتریس های میرایی غیرقطری است، به مانند اکثر سازه ها، در دینامیک سازه با مشکل روبرو می شود (آنتونی و چائوهان، ۲۰۱۳؛ هزارا و همکاران، ۲۰۰۹؛ مک نیل و زیمرمن، ۲۰۰۸؛ پونسلت و همکاران، ۲۰۰۷؛ ژو و چلیدز، ۲۰۰۷).

در این مقاله، از روش ردگیری پیچیدگی^۱ (CP) برای شناسایی مودال فقط براساس داده های خروجی در حوزه زمان استفاده شده است. این الگوریتم می تواند به صورت



شکل ۱. نمایش عملکرد جداساز کور منابع

^۱- Complexity Pursuit

جداساز کور منبع (CP) استفاده می‌شود (شلنز و همکاران، ۲۰۱۴) که قابلیت استفاده برای شناسایی مودال در دینامیک سازه‌ها با شرایط فوق‌الذکر را دارد.

الگوریتم CP در واقع به دنبال ماتریس جداکننده W است که با اعمال آن بر ماتریس پاسخ مختلط، ماتریس $y(t)$ بازیابی خواهد شد.

$y_i(t) = w_i x$
 $F(y_i) = \log \frac{V(y_i)}{U(y_i)} = \log \frac{\sum_{t=1}^N (\bar{y}_i(t) - y_i(t))^2}{\sum_{t=1}^N (\hat{y}_i(t) - y_i(t))^2}$
 که $\bar{y}_i(t)$ جمله تعیین‌کننده بلند و $\hat{y}_i(t)$ جمله تعیین‌کننده کوتاه نام دارند،

$$\bar{y}_i(t) = \lambda_L \bar{y}_i(t-1) + (1 - \lambda_L) y_i(t-1) \quad 0 \leq \lambda_L \leq 1$$

$$\hat{y}_i(t) = \lambda_S \hat{y}_i(t-1) + (1 - \lambda_S) y_i(t-1) \quad 0 \leq \lambda_S \leq 1$$
 پارامتر λ توسط پارامتر h به صورت زیر تعریف می‌شود:

$\lambda = 2^{-1/h}$
 که $h_S = 1$ و $h_S = 900000$ در نظر گرفته می‌شود و همچنین $h_S \gg h_L$ است.

۲-۲. ارائه ردگیری پیچیدگی با استفاده از

الگوریتم استون

با ترکیب روابط (۲) و (۳) داریم:

$$F(y_i) = F(w_i, x) = \log \frac{V(w_i, x)}{U(w_i, x)} = \log \frac{w_i \bar{R} w_i^T}{w_i \hat{R} w_i^T}$$

که \bar{R} و \hat{R} ترم بلند و ترم کوتاه $n \times n$ ماتریس کوواریانس بین ماتریس میکس‌کننده‌ها می‌باشند که المان‌های آن‌ها به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\bar{r}_{ij} = \sum_{t=1}^N (x_i(t) - \bar{x}_i(t))(x_j(t) - \bar{x}_j(t))$$

$$\hat{r}_{ij} = \sum_{t=1}^N (x_i(t) - \hat{x}_i(t))(x_j(t) - \hat{x}_j(t))$$

ماتریس کوواریانس را می‌توان با استفاده از عملیات سریع کانولوشن محاسبه نمود. بنابراین، با دادن مجموعه داده‌های ترکیب شده $X(t)$ CP به دنبال بردار دیمیکس شده W_i می‌گردد که مقدار تابع $F(\cdot)$ را به حداکثر می‌رساند. این موضوع با استفاده از تکنیک گرادینت

باید توجه داشت در مواردی فرامعین، یا زمانی که $m > n$ باشد، با استفاده از روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) ابعاد کاهش داده می‌شود و زمانی که $m < n$ باشد بدین معنا است که تعداد حسگرهای در دسترس از تعداد منابع کمتر است و این شرایط قابل بررسی با این شیوه نیست. با داشتن $x(t)$ تنها، حل ریاضی مسئله ممکن نخواهد بود. برای رفع این مشکل، اکثر روش‌های BSS این فرض را به کار می‌برند که منابع $s(t)$ از لحاظ آماری در هر لحظه از زمان t مستقل هستند. با کمال تعجب، همین فرض برای بازیافتن منابع و ماتریس اختلاط در اکثر کاربردهای عملی کافی است.

ICA به‌عنوان یک شیوه محبوب برای حل مسائل جداسازی کور منابع، با سیگنال‌ها مانند متغیرهای تصادفی رفتار می‌کند. با بازیابی مؤلفه‌ها، منابع را تا جایی ممکن است غیرگوسی تخمین می‌زند تا سیگنال‌های موقتی سازه نادیده گرفته شوند و فقط اطلاعات (مرتبه بالاتر) توزیع آماری آن‌ها استفاده می‌شود. ICA ممکن است وقتی که منابع متشکل از ساختارهای زودگذر مهم باشند، در استخراج مؤلفه‌ها شکست بخورد (استون و همکاران، ۲۰۰۱؛ هیوارینن و اوجا، ۲۰۰۱). از طرف دیگر، SOBI فقط از سیگنال‌های مرتبه دوم استفاده می‌کند و یک فرض از منابع ثابت و توزیع نویز شناخته شده را دارد که ممکن است مانع از توانایی آن در عمل شود (بلوچرانی و همکاران، ۱۹۹۷).

۲-۱. تئوری استون برای جداسازی کور منابع

یک الگوریتم یادگیری جدید برای مسائل جداساز کور منابع، الگوریتم ردگیری پیچیدگی (تعقیب پیچیده) (CP) برای رفع نواقص روش ICA پیشنهاد شده است که مؤلفه‌های زمانی اصلی سازه مخفی شده در سیگنال‌ها را می‌یابد و حتی منابع گوسی را که ICA قادر به بازیابی آن نیست را بازیابی می‌کند. در این تحقیق، برای شناسایی مودال بر اساس خروجی در حوزه زمان از روش جدید

که بردار ویژه ماتریس W با w_i به عنوان ردیف i ام به عنوان ماتریس ترکیب کننده معرفی می شود که برای به دست آوردن ماتریس جداکننده کافی است آن ها را به صورت $A = W^{-1}$ به دست آورد و همچنین $y(t) = [y_1(t), \dots, y_n(t)]^T$ مؤلفه های برداری بازیابی شده ای هستند که باعث دستیابی به بردار منابع $S(t)$ خواهد شد. این نکته قابل ذکر است که W (همچنین A) مقدار حقیقی هستند زیرا که \bar{R} و \hat{R} متقارن می باشند.

۲-۳. ردگیری پیچیدگی روی مختصات مودال

برای یک سیستم ثابت خطی زمان، معادله حرکت مطابق زیر است:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t)$$

که M ، C و K به ترتیب ماتریس ثابت جرم، ماتریس میرایی قطری و ماتریس سختی است و همچنین همگی دارای مقادیر حقیقی و معین هستند. $x(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t)]^T$ نیز پاسخ سیستم (جابجایی) است که شامل بردارهای مجزا برای هر درجه آزادی است و $f(t)$ بردار نیروهای خارجی است.

اگر $x(t)$ به صورت ترکیب خطی پاسخ مودال نوشته شود:

$$x(t) = \Phi q(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i q_i(t)$$

که $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ بوده و هر ستون آن φ_i

\mathbb{R}^n شکل مود هر درجه آزادی را نمایش می دهد و همچنین q_i بیانگر بردار پاسخ مودال سیستم در ماتریس $x(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t)]^T$ است و برای به دست آوردن مختصات مودال از رابطه (۱۳) استفاده می شود:

$$q(t) = \Phi^{-1}x(t)$$

با ترکیب روابط (۱۲) و (۱۳) و ضرب Φ^T در عبارت (۱۱) خواهیم داشت:

$$\Phi^T M \Phi \ddot{q}(t) + \Phi^T C \Phi \dot{q}(t) + \Phi^T K \Phi q(t) = \Phi^T f(t)$$

که:

$$M^* \ddot{q}(t) + C^* \dot{q}(t) + K^* q(t) = f^*(t)$$

کلاسیک افزایشی قابل حل است که در ادامه به آن پرداخته می شود.

با توجه به رابطه (۶)، مشتق F با توجه به w_i برابر است با:

$$\nabla_{w_i} F = \frac{2w_i}{V_i} \bar{R} - \frac{2w_i}{U_i} \hat{R}$$

با تعدیل مکرر w_i ، مقدار حداکثر برای F پیدا می شود. با استخراج مؤلفه $y_i(t) = w_i x$ با بیشترین پیش بینی زمانی، کمترین سیگنال مختلط است و با توجه به قضیه استون در مورد CP مقدار به دست آمده ساده ترین منبع مخفی شده در ماتریس مختلط است. قضیه استون بیان می دارد که فقط ساده ترین سیگنال را می توان از پیش بینی زمانی با استفاده از روش گرادیان افزایشی به دست آورد. در نتیجه، منابع به ترتیب استخراج می شوند. بدین صورت که بعد از شناسایی منبع ساده اول، آن را با استفاده از روش GSD^۱ از ماتریس مختلط حذف می کنیم. بنابراین، دومین منبع ساده در واقع می شود ساده ترین منبع باقی مانده در ماتریس مختلط و با استفاده از CP به راحتی استخراج می شود و همین طور تا بازیابی آخرین منبع ادامه پیدا خواهد کرد. استون، الگوریتم دقیق تری را پیشنهاد می دهد که قادر است به صورت دقیق تر و مؤثرتر منابع مخفی را به ترتیب استخراج کند که در زیر بیان شده است:

گرادیان F برابر صفر قرار داده می شود:

$$\begin{aligned} \nabla_{w_i} F &= \frac{2w_i}{V_i} \bar{R} - \frac{2w_i}{U_i} \hat{R} = 0 \\ &\rightarrow w_i \bar{R} = \frac{V_i}{U_i} \hat{R} \end{aligned}$$

همان طور که مشخص است، مسئله بالا یک مسئله

معین تعمیم یافته ویژه است که برای حل و رسیدن به w_i می توان از بردار ویژه ماتریس $\bar{R}^{-1} \hat{R}$ با مقادیر ویژه $\gamma_i = \frac{V_i}{U_i} \hat{R}$ کمک گرفت. بنابراین، منابع را می توان به صورت زیر به دست آورد:

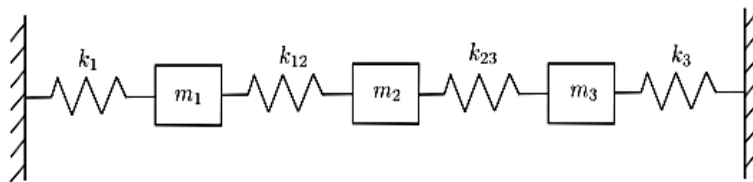
$$S(t) = Y(t) = Wx(t)$$

^۱- Gram-Schmidt de-correlation

فرکانس و نسبت میرایی از پاسخ مودال بازیابی شده در حوزه زمان به ترتیب با استفاده از تبدیل فوریه^۲ و روش کاهش لگاریتمی^۳ محاسبه می‌شود. CP و دیگر روش‌های جداسازی کور منابع دقیقاً نمی‌توانند درجه و واریانس پاسخ مودال و شکل مودهای متناظر آن‌ها را بازیابی کنند. این ضعف به راحتی قابل حل است. بدین صورت که درجه مودها مطابق با مقدار فرکانس‌ها می‌تواند مجدداً تنظیم شود. برای مثال، پاسخ مودال بازیابی شده (همچنین بردار شکل مودی متناظر آن) با کوچک‌ترین فرکانس به عنوان مود اول تشخیص داده می‌شود. به همین شکل، برای مودهای بعدی ادامه پیدا می‌کند. همچنین، فرکانس و نسبت میرایی وابسته به واریانس پاسخ مودال نیستند و فقط برای تشخیص راستا و جهات بردارهای شکل مود نیازمند جدا کردن پاسخ‌های سیستم هستند.

۳. مدل‌سازی عددی

برای اعتبارسنجی روش شناسایی مودال CP از مدل‌سازی عددی جرم و فنر با ۳ درجه آزادی و ۱۲ درجه آزادی مطابق شکل ۲ استفاده شده است.



شکل ۲. سیستم خطی جرم- فنر با ۳ درجه آزادی

900000 نیز در نظر گرفته می‌شود و همچنین $h_S \gg h_L$ است (برای تمام مثال‌های این تحقیق، این پارامترها ثابت و بدون تغییر در نظر گرفته می‌شوند). در ادامه، ماتریس کوواریانس ترم بلند و ترم کوتاه با استفاده از فیلتر کانولوشن سریع^۵ محاسبه می‌شود. سپس، تجزیه مقادیر

که M^* ، C^* و K^* به ترتیب ماتریس تعمیم‌یافته، جرم و میرایی و سختی می‌باشد و یا به عبارت دیگر ماتریس قطری مقدار حقیقی مودال جرم و میرایی و سختی است و همچنین $f^*(t)$ بردار نیروی مودال است. برای یک سیستم دارای n درجه آزادی که می‌توان آن‌ها را به n درجه آزادی منفرد تقسیم نمود خواهیم داشت: $(q_i(t))$ که $i = 1, \dots, n$ نشان‌دهنده هر مود است:

$$m_i^* \ddot{q}_i(t) + c_i^* \dot{q}_i(t) + k_i^* q_i(t) = f_i^*(t)$$

برای به دست آوردن نسبت میرایی و فرکانس تشدید^۱ از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\xi_i = \frac{c_i^*}{2\sqrt{k_i^* m_i^*}}$$

$$\bar{\omega}_i = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} = \sqrt{(1 - \xi_i^2) k_i^* / m_i^*}$$

که ω_i فرکانس طبیعی مود i ام است.

بنابراین، با توجه به روابط بیان شده فوق و با استفاده از الگوریتم CP مبتنی بر پیش‌بینی موقت (زمانی)، پاسخ مودال در حوزه زمان $q(t)$ ، که اجزای تشکیل‌دهنده حرکتی سیستم در ماتریس مختلط $x(t)$ هستند را می‌توان به راحتی با استفاده از CP به دست آورد

$$\bar{q}(t) = s(t) = Wx(t)$$

ماتریس مودهایی ارتعاشی نیز برابر است با:

$$\bar{\Phi} = W^{-1}$$

از الگوریتم نیومارک-بتا^۴ برای به دست آوردن پاسخ‌های تاریخچه زمانی سیستم با نرخ نمونه‌برداری فرکانس ۱۰ هرتز استفاده می‌شود. در ادامه مراحل، روش CP روی پاسخ‌های سیستم به دست آمده برای شناسایی مودال به کار گرفته می‌شود. مقادیر $h_S = 1$ و $h_S =$

⁴- Newmark-Beta algorithm

⁵- Fast Convolution

¹- Resonant frequency

²- Fourier transform

³- Logarithmic decrement

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad C$$

$$= \alpha M = \alpha \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

سه مقدار $\alpha = 0.01, 0.06, 0.12$ برای داشتن مقادیر مختلف میرایی در نظر گرفته شده است. در ارتعاش آزاد، مقدار $f(t) = 0$ است. شرایط اولیه نیز به صورت $x(0) = [0 \ 1 \ 0]^T$ و $\dot{x}(0) = [0 \ 0 \ 1]^T$ در نظر گرفته شده است.

در جدول ۱، مقایسه‌ای بین فرکانس‌ها و نسبت‌های میرایی به دست آمده از پاسخ آنالیز مودال و اعمال روش CP روی پاسخ نیومارک- بتا صورت گرفته است. مشاهده می‌شود که روش CP با خطای کمتر از ۳ درصد در تمام مودها و میرایی‌های مختلف توانسته فرکانس و نسبت‌های میرایی را با توجه به متغیر بودن ماتریس میرایی محاسبه کند.

ویژه روی ماتریس کوواریانس به دست آمده برای رسیدن به ماتریس بردار ویژه به عنوان ماتریس جداکننده انجام می‌گیرد.

ماتریس ارتعاش مودی توسط معادله (۲۰) و پاسخ‌های مودال در حوزه زمان از معادله (۱۹) بازیابی می‌شود. فرکانس و نسبت میرایی نیز به ترتیب از تبدیل فوریه و روش کاش لگاریتمی به دست می‌آید. همبستگی^۱ بین مود تخمین زده شده از روش CP ($\tilde{\varphi}_i$) و مود به دست آمده از محاسبه عددی φ_i توسط روش MAC^۲ محاسبه می‌شود.

$$MAC(\tilde{\varphi}_i, \varphi_i) = \frac{(\tilde{\varphi}_i^T \cdot \varphi_i)^2}{(\tilde{\varphi}_i^T \cdot \tilde{\varphi}_i)(\varphi_i^T \cdot \varphi_i)}$$

که مقدار آن بین صفر تا ۱ متغیر است که مقدار صفر نشان‌دهنده بدون همبستگی و عدد ۱ بیانگر همبستگی عالی بین دو متغیر است. مقادیر زیر برای سیستم ۳ درجه آزادی جرم- فنر در نظر گرفته شده است:

جدول ۱. مقایسه فرکانس و نسبت میرایی به دست آمده از پاسخ آنالیز مودال و اعمال روش CP روی پاسخ نیومارک- بتا در سیستم جرم- فنر با ۳ درجه آزادی

α	مود	فرکانس (Hz)			نسبت میرایی (%)		
		۱	۲	۳	۱	۲	۳
۰/۰۱	دقیق (عددی)	-/۱۴۰۷	-/۱۱۸۲۷	-/۲۹۳۵	-/۵۶۵۷	-/۴۳۵۷	-/۲۷۱۱
	به دست آمده از CP	-/۱۴۰۴	-/۱۱۸۳۱	-/۲۹۳۰	-/۵۲۸۸	-/۴۳۷۵	-/۲۷۵۰
۰/۰۵	دقیق (عددی)	-/۱۴۰۷	-/۱۱۸۲۷	-/۲۹۳۵	۲/۸۲۸۶	۲/۱۷۸۳	۱/۳۵۵۵
	به دست آمده از CP	-/۱۴۰۴	-/۱۱۸۳۱	-/۲۹۳۰	۲/۶۳۴۳	۲/۱۸۷۲	۱/۲۳۳۵
۰/۰۹	دقیق (عددی)	-/۱۴۰۷	-/۱۱۸۲۷	-/۲۹۳۵	۶/۷۸۸۶	۵/۲۲۸	۳/۲۵۳۱
	به دست آمده از CP	-/۱۴۰۴	-/۱۱۸۳۱	-/۲۹۳۰	۷/۱۴۵۶	۵/۰۷۳۵	۳/۳۲۶۴

در شکل ۳، پاسخ‌های سیستم به دست آمده از روش نیومارک- بتا برای هر سه مود نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در مود اول، طیف فرکانسی پاسخ سازه شامل سه فرکانس ادغام شده است که با اعمال روش جداساز کور منابع می‌توان برای سه

در شکل ۳، پاسخ‌های سیستم به دست آمده از روش نیومارک- بتا برای هر سه مود نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در مود اول، طیف فرکانسی پاسخ سازه شامل سه فرکانس ادغام شده است که با اعمال روش جداساز کور منابع می‌توان برای سه

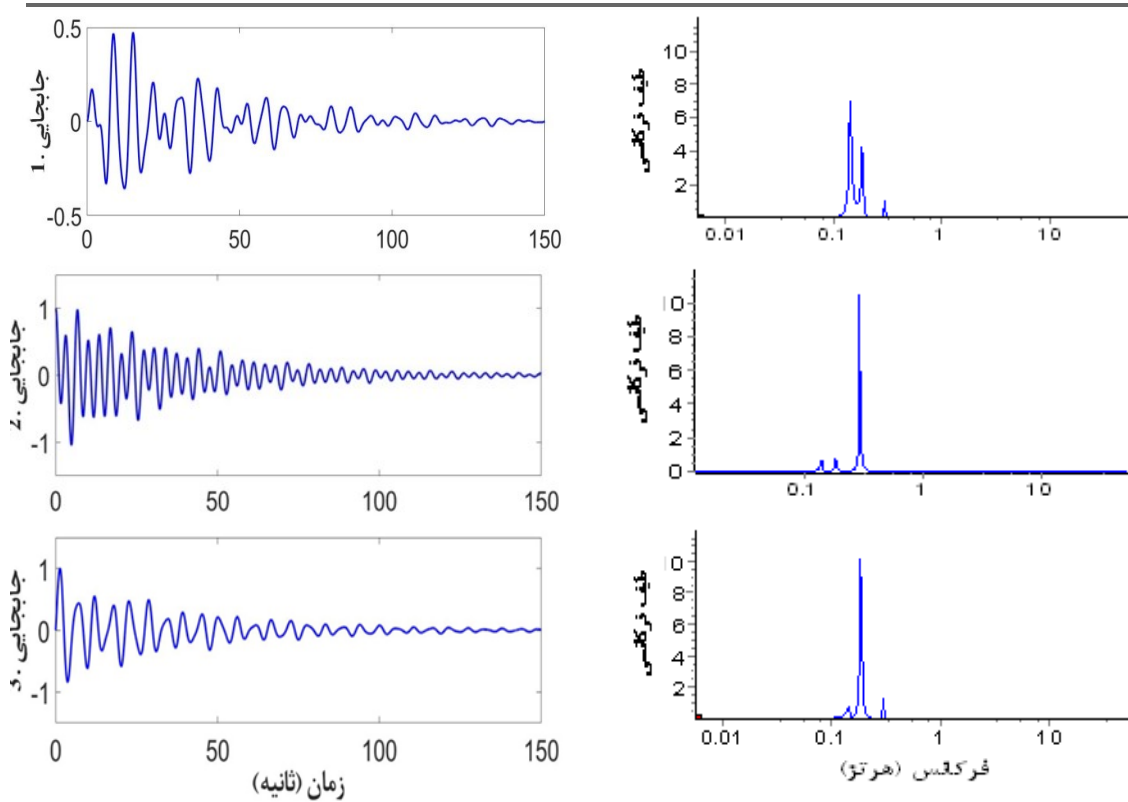
^۲- Modal Assurance Criterion (MAC)

^۱- Correlation

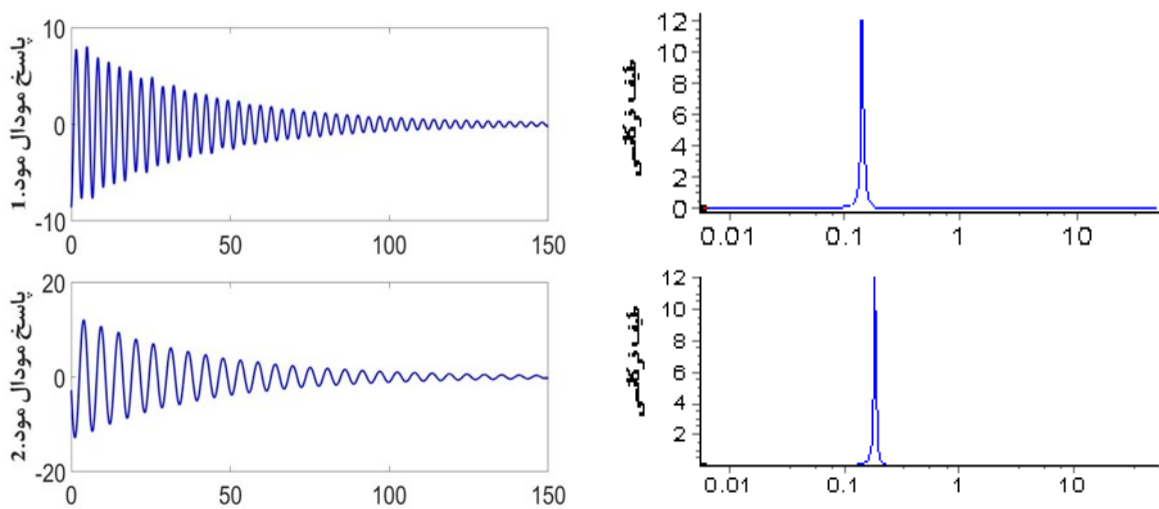
^۳- Power Spectral Density (PSD)

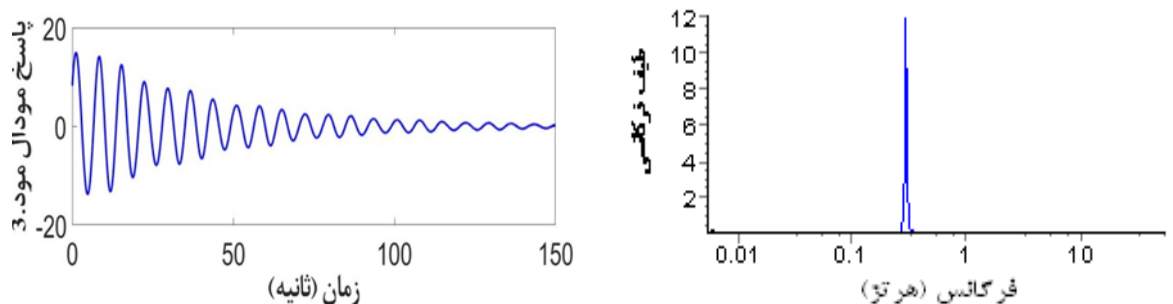
وجود دارد که با استفاده از آن می‌توان به راحتی نسبت‌های میرایی سازه را محاسبه نمود (توجه شود که وقتی $\alpha > 0.01$ است روش ICA توانایی لازم را برای بازیابی منابع نخواهد داشت (کرشن و زیمرمن، ۲۰۰۷).

مودال ممکن است نیاز به مرتب‌سازی داشته باشد که راه‌حل آن پیشتر ذکر گردیده است). همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، روش CP به درستی و با دقت زیاد پاسخ مودال در هر مود را از پاسخ مختلط جدا کرده است. به طوری که در هر مود فقط یک فرکانس از سازه



شکل ۳. پاسخ سیستم سه درجه آزادی در ارتعاش آزاد ($\alpha = 0.05$)





شکل ۴. پاسخ‌های مودال به دست آمده بعد از اعمال روش CP در ارتعاش آزاد ($\alpha = 0.05$)

۳-۱. تأثیرات نویز در عملکرد روش CP
برای نشان دادن قدرت بازیابی منابع در روش CP، نویزهایی به روش نویز سفید گوسی^۱ به پاسخ سیستم اعمال شد. بدین ترتیب با در نظر گرفتن نسبت سیگنال به نویز به ازای نمونه‌ها در روش نویز سفید گوسی در ارتعاش آزاد روی ۳ درجه آزادی بخش پیش و همچنین

۳-۲. مودهای با فاصله نزدیک
در این بخش، مودهای نزدیک به هم در نظر گرفته شده است. منظور از مودهای نزدیک به هم همان نزدیک بودن فرکانس‌های سیستم به یکدیگر از لحاظ مقدار است. در این بخش، از مقادیر استفاده شده در پژوهش مک‌نیل و زیمرمن (۲۰۰۸) استفاده می‌گردد.

جدول ۲. به دست آوردن فرکانس و نسبت میرایی از اعمال روش CP روی پاسخ نیومارک- بتا در محیط نویزی ($\alpha = 0.05$)

α	مود	فرکانس (Hz)			نسبت میرایی (%)		
		۱	۲	۳	۱	۲	۳
۰/۰۵	دقیق (عددی)	۰/۱۴۰۷	۰/۱۸۲۷	۰/۲۹۳۵	۲/۸۲۸۶	۲/۱۷۸۳	۱/۳۵۵۵
	به دست آمده از CP در حضور نویز	۰/۱۴۰۴	۰/۱۸۳۱	۰/۲۹۳۰	۲/۹۳۳۶	۲/۱۶۲۴	۱/۴۰۴۹

تمام پارامترهای ثابت مانند قسمت‌های قبل در نظر گرفته شده است. شرایط اولیه نیز به صورت $x(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ و $\dot{x}(0) = [0 \ 0 \ 1]^T$ در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده در جدول ۳ نشان از دقت زیاد روش CP، حتی در مودهای با فاصله کم، دارد. به طوری که مقدار خطای اندازه‌گیری شده در حدود کمتر از ۳ درصد بوده است.

۳-۲. مودهای با فاصله نزدیک
در این بخش، مودهای نزدیک به هم در نظر گرفته شده است. منظور از مودهای نزدیک به هم همان نزدیک بودن فرکانس‌های سیستم به یکدیگر از لحاظ مقدار است. در این بخش، از مقادیر استفاده شده در پژوهش مک‌نیل و زیمرمن (۲۰۰۸) استفاده می‌گردد.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -3 \\ 0 & -3 & 3.5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \alpha M = \alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

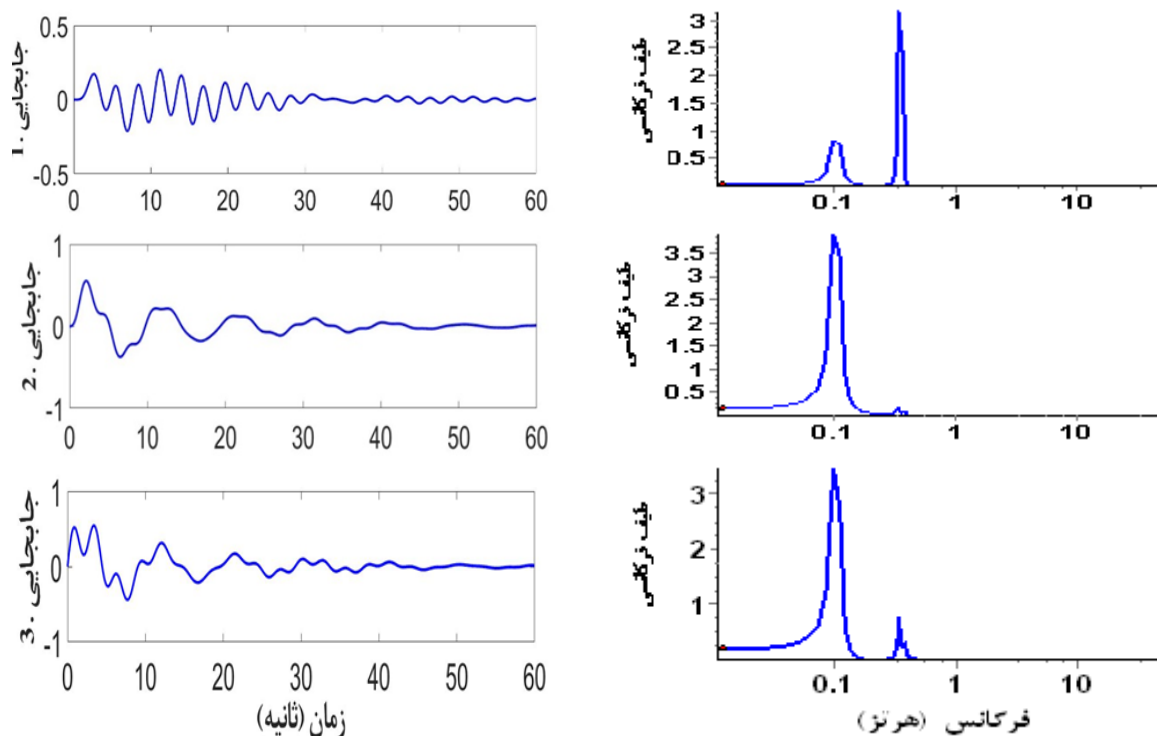
¹- White Gaussian Noise (WGN)

جدول ۳. مقایسه فرکانس و نسبت میرایی بین پاسخ به دست آمده از آنالیز مودال و اعمال روش CP روی پاسخ نیومارک- بتا در شرایط مودهای با فاصله نزدیک

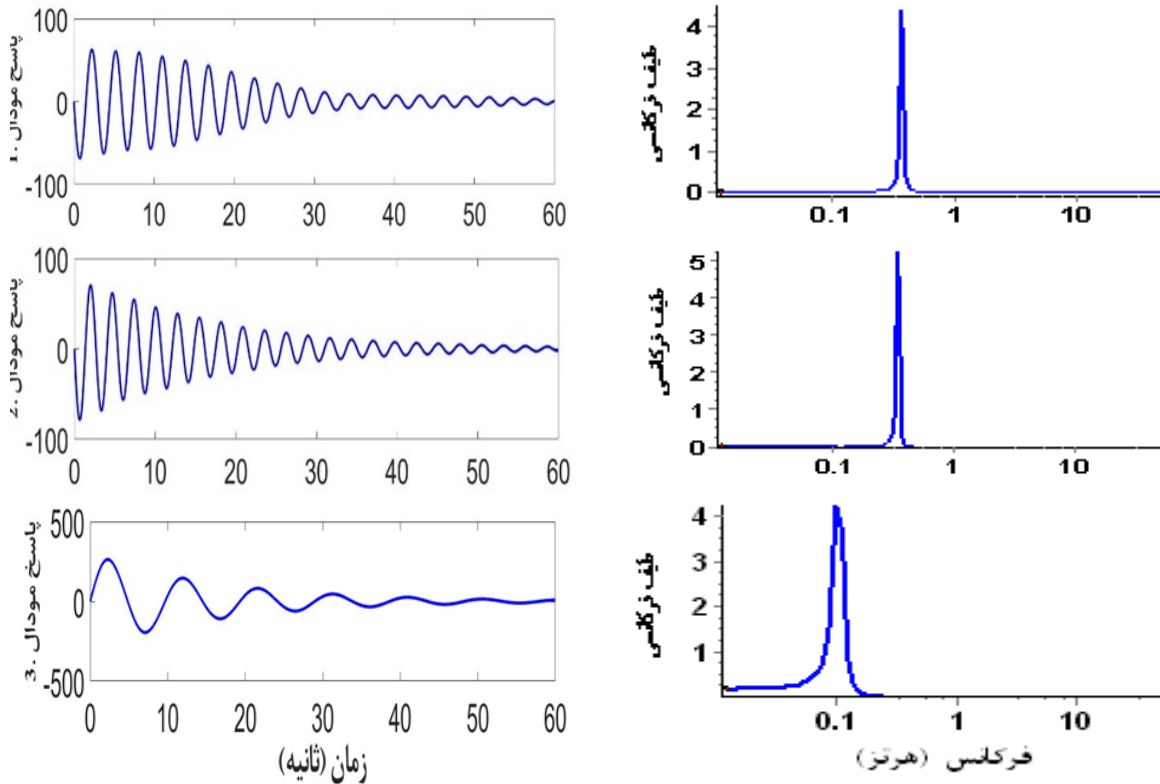
α	مود	فرکانس (Hz)			نسبت میرایی (%)		
		۱	۲	۳	۱	۲	۳
۰/۰۱	دقیق (عددی)	۰/۱۰۳۹	۰/۳۴۲۵	۰/۳۷۱۳	۰/۷۶۵۶	۰/۲۳۲۴	۰/۲۱۴۳
	به دست آمده از CP	۰/۱۰۳۷	۰/۳۴۱۸	۰/۳۶۶۲	۰/۷۶۶۳	۰/۲۴۶۹	۰/۲۱۱۹
۰/۰۵	دقیق (عددی)	۰/۱۰۳۹	۰/۳۴۲۵	۰/۳۷۱۳	۳/۸۲۷۹	۱/۱۶۱۸	۱/۰۷۱۵
	به دست آمده از CP	۰/۱۰۳۷	۰/۳۴۱۸	۰/۳۶۶۲	۳/۸۳۴۵	۱/۱۴۵۰	۱/۰۸۰۶
۰/۱۲	دقیق (عددی)	۰/۱۰۳۹	۰/۳۴۲۵	۰/۳۷۱۳	۹/۱۸۷۱	۲/۷۸۸۴	۲/۵۷۱۷
	به دست آمده از CP	۰/۱۰۳۷	۰/۳۴۱۸	۰/۳۶۶۲	۹/۱۸۹۵	۲/۷۱۱۱	۲/۵۱۳۶

سیستم، در شکل ۶ مشاهده می‌شود که روش CP با دقت بسیار مناسب توانسته منابع و مودها را بازیابی کند (توجه شود که دیگر روش جداساز کور منابع SOBI قادر به شناسایی خواص مودال در مودهای نزدیک به هم نمی‌باشد (مکنیل و زیمرمن، ۲۰۰۸).

شکل ۵، نمایش دهنده پاسخ‌های مودال نیومارک- بتا سیستم ۳ درجه آزادی تحت ارتعاش آزاد با میرایی زیاد ($\alpha = 0.12$) و همچنین با مودهای نزدیک به هم است. همان‌طور که در شکل ۶ و همچنین در جدول ۳ مشاهده می‌شود، مودهای ۲ و ۳ بسیار نزدیک به هم می‌باشند. بعد از اعمال روش CP روی پاسخ‌های نیومارک- بتا



شکل ۵. پاسخ سیستم سه درجه آزادی در ارتعاش آزاد ($\alpha = 0.12$)



شکل ۶. پاسخ‌های مودال به‌دست آمده از روش در ارتعاش آزاد ($\alpha = 0.13$)

در جدول ۴ نشان داده شده است که روش پیشنهادی (CP) حتی در محیط‌های با میرایی غیرقطری که دیگر روش‌های جداساز کور منابع که دچار ضعف در استخراج خواص مودال سیستم هستند دارای خروجی‌های با خطای ۳ درصدی برای نسبت‌های میرایی و ۱/۷ درصدی برای فرکانس سیستم می‌باشد.

۳-۳. میرایی زیاد غیرقطری

در این قسمت، از میرایی غیرقطری استفاده می‌شود که ماتریس میرایی از مدل استفاده شده توسط مک‌نیل و زیمرمن (۲۰۰۸) برگرفته شده است.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 9 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0.3856 & 0.2290 & -0.9702 \\ 0.2290 & 0.5080 & -0.0297 \\ -0.9702 & -0.0297 & 0.3241 \end{bmatrix}$$

جدول ۴. مقایسه فرکانس و نسبت میرایی بین پاسخ به‌دست آمده از آنالیز مودال و اعمال روش CP روی پاسخ نیومارک-

بتا در میرایی زیاد غیرقطری

α	مود	فرکانس (Hz)			نسبت میرایی (%)		
		۱	۲	۳	۱	۲	۳
۰/۰۵	دقیق (عددی)	۰/۱۴۰۷	۰/۱۸۲۷	۰/۲۹۳۵	۲/۸۲۸۶	۲/۱۷۸۳	۱/۳۵۵۵
	به‌دست آمده از CP در حضور نویز	۰/۱۴۰۴	۰/۱۸۳۱	۰/۲۹۳۰	۲/۹۳۳۶	۲/۱۶۲۴	۱/۴۰۴۹

$$m_1 = 2, m_2 = m_3 = \dots = m_{11} = 1, m_{12} = 3$$

$$k_1 = k_2 = \dots = k_{13} = 20000, C = 0.03M$$

در این سیستم، برای کوچک‌تر کردن ابعاد محاسبات، از روش آنالیز مؤلفه‌های اصلی استفاده شده است. بدین صورت که بعد از اعمال این روش، مشخص می‌گردد که پاسخ سیستم تنها چهار مود فعال دارد که مشخصات این چهار مود در جدول ۵ آورده شده است.

۳-۴. اعمال روش CP روی سیستم ۱۲ درجه

آزادی

از یک سیستم جرم-فنر با ۱۲ درجه آزادی به منظور بزرگ‌تر نمودن فضای محاسباتی و نشان دادن قدرت تفکیک بخشی زیاد روش CP استفاده شده است. مشخصات به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

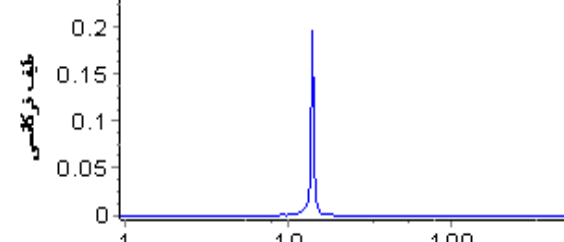
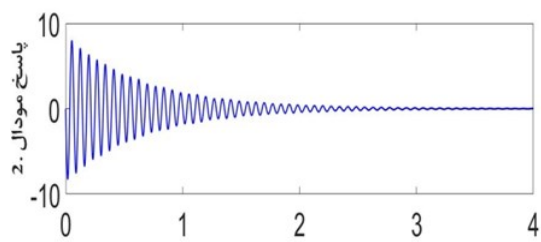
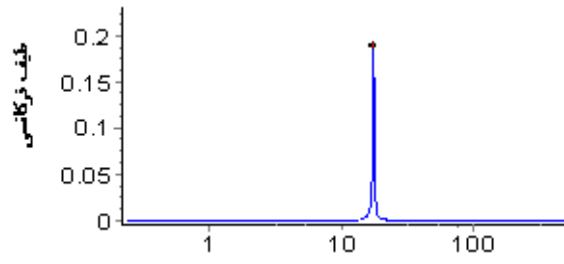
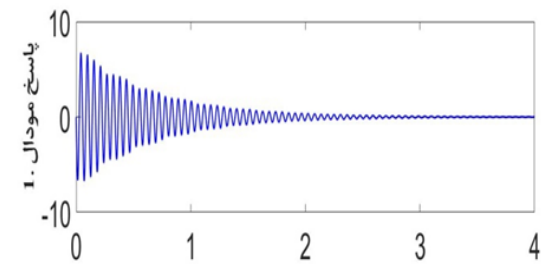
جدول ۵. مقایسه فرکانس و نسبت میرایی بین پاسخ به دست آمده از آنالیز مودال و اعمال روش CP روی پاسخ نیومارک-

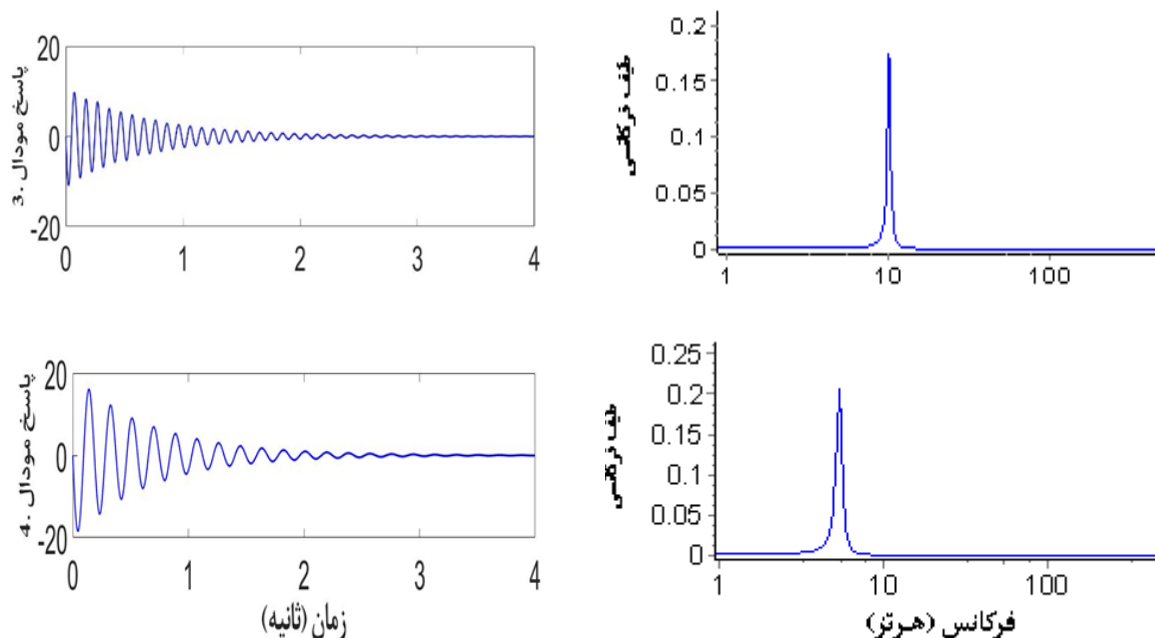
بنا روی سیستم ۱۲ درجه آزادی

α	مود	فرکانس (Hz)				نسبت میرایی (%)			
		۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
۰/۰۳	دقیق (عددی)	۵/۳۵۰۳	۱۰/۱۳۱۷	۱۳/۹۹۸۳	۱۷/۶۸۴۶	۴/۶۶۲۰	۲/۳۵۶۳	۱/۷۰۵۴	۱/۳۴۹۹
	به دست آمده از CP	۵/۳۷۰۱	۱۰/۰۱	۱۳/۹۱۶۰	۱۷/۵۷۸۱	۴/۴۳۵۹	۲/۳۴۰۸	۱/۷۱۸۹	۱/۲۹۰۵

در شکل ۷، تنها پاسخ سیستم و نمودار طیف فرکانسی سیستم بعد از اعمال روش CP نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد، برای هر مود نمودار طیف فرکانسی یک فرکانس را نمایش می‌دهد که نشان-دهنده پتانسیل بالای روش پیشنهادی، حتی در درجات آزادی زیاد، در استخراج خواص مودال سیستم است.

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، روش پیشنهادی در فضای محاسباتی بزرگ‌تر که سیستم دارای درجه آزادی بیشتر است نیز با دقت مورد قبول توانسته تفکیک بخشی روی پاسخ سیستم داشته باشد و برای مودهای غالب و فعال سیستم نمودار پاسخ را استخراج نماید.





شکل ۷. پاسخ‌های مودال به دست آمده از سیستم ۱۲ درجه آزادی از روش CP در ارتعاش آزاد

زیادی دارد. به طوری که در مشخصات دینامیک استخراج شده توسط روش CP و مقایسه آن با آنالیز مودال صورت گرفته، درصد خطای کمتر از ۳ درصد نشان داده شده است. در نتیجه روش پیشنهادی از توانمندی بالایی در محیط نویزدار برخوردار است.

در شرایط مودهای نزدیک به هم، که استفاده از الگوریتم جهت استخراج و تفکیک بخشی خواص دینامیک از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشد نیز روش CP نشان داد که توان تفکیک بخشی و استخراج فرکانس و نسبت‌های میرایی با دقت بسیار زیاد در مقایسه با روش آنالیز مودال را داراست.

در سیستم‌های با میرایی‌های ماتریسی غیرقطری نیز روش CP مورد آزمایش و آزمون قرار گرفت. نتایج به دست آمده از اعمال روش CP روی پاسخ‌های نیومارک-بتا و مقایسه آن با مقادیر به دست آمده از آنالیز مودال نشان می‌دهد که این روش در این شرایط نیز کارایی بسیار مطلوبی دارد که می‌تواند ضعف دیگر روش‌های جداساز کور منابع را پوشش دهد و به نوعی جایگزین آن روش‌ها شود.

۴. نتیجه‌گیری

برای استخراج خواص دینامیک سازه‌ها به منظور انجام آنالیزهای مودال و پایش سلامت زیرساخت‌ها مانند پل‌ها که از اهمیت بسیار بالایی برخوردار هستند از روش جداساز کور منابع استفاده می‌شود. روش CP برای پوشش ضعف دیگر روش‌های جداساز کور منابع (روش‌های ICA و SOBI) پیشنهاد شده است که در شرایط مختلفی که سیستم و سازه خواهند داشت توان استخراج با خطای کمتر از ۳ درصد را داراست. مجموعه مدل‌سازی‌های عددی انجام شده نشان می‌دهد که:

روش CP در شرایط سیستم جرم-فنر سه درجه آزادی با میرایی‌های مختلف قادر بوده خواص مودال را با خطای کمتر از ۳ درصد استخراج نماید.

با اعمال نویزهایی به روش نویز سفید گوسی، پاسخ سیستم با نویز همراه شده است. بعد از اعمال روش CP روی پاسخ‌های نیومارک-بتا آلوده شده به نویز مشاهده گردید که روش پیشنهادی حتی در شرایط وجود نویز و آلوده بودن پاسخ سیستم به نویز توان تفکیک بخشی

در انتها نیز از فضای ۳ درجه آزادی خارج و روش CP روی سیستم جرم- فنر با ۱۲ درجه آزادی آزموده شد. نتایج نشان داد که همچنان و با وجود افزایش فضای محاسباتی و درجات آزادی، روش CP توان استخراج فرکانس‌ها و نسبت‌های میرایی مودهای غالب سیستم را داراست.

روش CP به خوبی توانسته جایگزین دیگر روش‌های جداسازکور منابع شود و تا حدود زیادی بتواند خلأها و ضعف‌های آن روش‌ها را پوشش دهد (ذکر این نکته حائز اهمیت است که روش‌های کاهش لگاریتمی و نیومارک- بتا به دلیل عددی بودن خود دارای مقداری خطا هستند که در خروجی‌های به دست آمده از روش CP بی‌تأثیر نبوده است).

۵. مراجع

- Antoni, J. 2005. "Blind separation of vibration components: Principles and demonstrations". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 18(6): 1166-1180. doi: 10.1016/j.ymsp.2005.08.008
- Antoni, J. and Chauhan, S. 2013. "A study and extension of second-order blind source separation to operational modal analysis". *J Sound Vib.*, 332(4): 1079-1106. doi: 10.1016/j.jsv.2012.09.016
- Belouchrani, A., Abed-Meraim, K., Cardoso, J. F. and Moulines, E. 1997. "A blind source separation technique using second-order statistics". *IEEE Trans. Signal Proces.*, 45(2): 434-444. doi: 10.1109/78.554307
- Brincker, R. and Kirkegaard, P. H. 2010. "Special issue on operational modal analysis". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 24(5): 1209-1212. doi: 10.1016/j.ymsp.2010.03.005
- Casas, J. R. and Moughty, J. J. 2017. "Bridge damage detection based on vibration data: Past and new developments". *Front. Built Environ.*, 3: 4. doi: 10.3389/fbuil.2017.00004
- Chen, W. H., Lu, Z. R., Lin, W., Chen, S. H., Ni, Y. Q., Xia, Y. and Liao, W. Y. 2011. "Theoretical and experimental modal analysis of the Guangzhou New TV Tower". *Eng. Struct.*, 33(12): 3628-3646. doi: 10.1016/j.engstruct.2011.07.028
- Hazra, B., Roffel, A. J., Narasimhan, S. and Pandey, M. D. 2009. "Modified cross-correlation method for the blind identification of structures". *J. Eng. Mech.*, 136(7): 889-897. doi: 10.1061/(asce)em.1943-7889.0000133
- Hyvärinen, A. 2001. "Complexity pursuit: Separating interesting components from time series". *Neural Comp.*, 13(4): 883-898. Retrieved from <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/11255574>
- Hyvärinen, A. and Oja, E. 2000. "Independent component analysis: Algorithms and applications". *Neural Networks*, 13: 411-430. doi: 10.1016/S0893-6080(00)00026-5
- Jauhari, M. F., Fardheny, A. F. and Prasetya, D. E. I. 2020. "Nonlinear time history analysis of anti seismic device on highway bridges". *Int. J. Adv. Sci. Res. Eng.*, 6(6): 33-39. doi: 10.31695/IJASRE.2020.33833
- Kerschen, G., Poncelet, F. and Golinval, J. C. 2007. "Physical interpretation of independent component analysis in structural dynamics". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 21(4): 1561-1575. doi: 10.1016/j.ymsp.2006.07.009
- Malekjafarian, A., Golpayegani, F., Moloney, C. and Clarke, S. 2019. "A machine learning approach to bridge-damage detection using responses measured on a passing vehicle". *Sensors*, 19(18): 4035. doi: 10.3390/s19184035
- McNeill, S. I. and Zimmerman, D. C. 2008. "A framework for blind modal identification using joint approximate diagonalization". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 22(7): 1526-1548. doi: 10.1016/j.ymsp.2008.01.010
- Mottershead, J. E., Link, M. and Friswell, M. I. 2011. "The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 25(7): 2275-2296. doi: 10.1016/j.ymsp.2010.10.012
- Peeters, B. and De Roeck, G. 2001. "Stochastic system identification for operational modal analysis: A review". *J. Dyn. Syst. Meas. Control*, 123(4): 659. doi: 10.1115/1.1410370
- Poncelet, F., Kerschen, G., Golinval, J. C. and Verhelst, D. 2007. "Output-only modal analysis using blind source separation techniques". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 21(6): 2335-2358. doi: 10.1016/j.ymsp.2006.12.005
- Ren, W. X. and Chen, H. B. 2010. "Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method". *Eng. Struct.*, 32(8): 2455-2465. doi: 10.1016/j.engstruct.2010.04.019
- Reynders, E. 2012. "System identification methods for (operational) modal analysis: Review and comparison". *Arch. Comp. Meth. Eng.*, 19(1): 51-124. doi: 10.1007/s11831-012-9069-x
- Sadhu, A., Narasimhan, S. and Antoni, J. 2017. "A review of output-only structural mode identification literature employing blind source separation methods". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 94: 415-431. doi:

- 10.1016/j.ymssp.2017.03.001
- Shlens, J. 2014. "A tutorial on independent component analysis". Retrieved from <http://arxiv.org/abs/1404.2986>
- Stone, J. V. 2001. "Blind source separation using temporal predictability". *Neural Comp.*, 13(7): 1559-1574. doi: 10.1162/089976601750265009
- Yang, Y. B. and Yang, J. P. 2018. "State-of-the-art review on modal identification and damage detection of bridges by moving test vehicles". *Int. J. Struct. Stab. Dyn.*, 18(2): 1850025. doi: 10.1142/S0219455418500256
- Yang, Y. and Nagarajaiah, S. 2013. "Time-frequency blind source separation for output-only modal identification using independent component analysis". *Safety, Reliability, Risk and Life-Cycle Performance of Structures and Infrastructures, Proceedings of the 11th International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR 2013*, 139(10): 1977-1983. doi: 10.1201/b16387-288
- Yang, Y. and Nagarajaiah, S. 2014. "Blind identification of damage in time-varying systems using independent component analysis with wavelet transform". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 47: 3-20. doi: 10.1016/j.ymssp.2012.08.029
- Zhou, W. and Chelidze, D. 2007. "Blind source separation based vibration mode identification". *Mech. Syst. Signal Proces.*, 21(8): 3072-3087. doi: 10.1016/j.ymssp.2007.05.007

